



Математические модели в инвестиционных банках

Оценка риска облигаций

Мария Абрашкина

21 февраля 2020

План

- Временная стоимость денег
- Будущая стоимость и дисконтирование
- Облигация. Цена облигации
- Практическое применение облигаций
- Риски
- Кредитный рейтинг
- Кредитный спред и Кредитный рейтинг
- Дюрация

Временная стоимость денег

If you lend someone \$20,
and never see that
person again...



it was probably worth it.

Будущая стоимость денег

Начисление процентов

Если сегодня у нас есть N денег, то при начислении процентов раз в год, при процентной ставке r , через t лет мы получим F денег:

$F = N(1 + rt)$ - при начислении процентов в конце срока действия вклада, "простые проценты";

$F = N(1 + r)^t$ - при начислении процентов ежегодно, "сложные проценты".

Будущая стоимость денег

Непрерывное начисление процентов

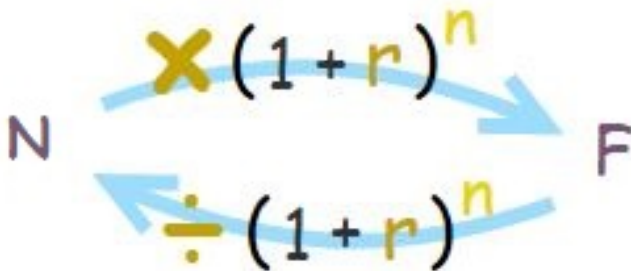
Усложняем пример. Предположим, оплата процентов производится n раз в год по процентной ставке r процентов годовых.

Тогда через год мы получим: $F = N(1 + \frac{r}{n})^{nt}$.

Если устремить $n \rightarrow \infty$,

$$F = N \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{r}{n})^{nt} = \left\{ \begin{array}{l} n = xr \\ n \rightarrow \infty \\ x \rightarrow \infty \end{array} \right\} = N (\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x)^{rt} \rightarrow$$
$$F = Ne^{rt}$$

Дисконтирование



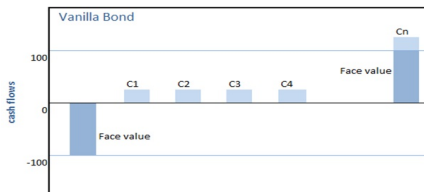
Из $F = N(1 + r)^t$ можем найти сколько сегодня стоят F денег, которые получим через год:

$$N = \frac{1}{(1 + r)^t} F = D(t) \cdot F,$$

где $D(t)$ — коэффициент дисконтирования (discount factor).

Облигация

Ценная бумага, владелец которой имеет право получать от лица, её выпустившего (эмитента), процентные платежи по ней и в оговорённый срок её номинальную стоимость.



$$P = \sum_{n=1}^T \frac{C}{(1 + r_n)^n} + \frac{F}{(1 + r_T)^T}$$

P – рыночная цена облигации;

F – номинал облигации (principal);

C – купонный платеж;

r — ставка дисконтирования.

Облигации

Вопрос


Что значит "стричь купоны"?

Облигации

1917 * ЗАЕМЪ СВОБОДЫ * 1917

№082957 Купонъ отъ 5% облигаци
изъ 500 рублей 5-й.


Предъявлено съ 16 сентября 1919 года является
двадцать руб. 50 коп. (12 р. 50 к.),
безъ удержанія сбора съ доходовъ отъ девиантскихъ
II серия. капиталовъ.

Управляющій Государственнымъ 
Коллежскому Подписанъ Должковъ

1917 * ЗАЕМЪ СВОБОДЫ * 1917

№082957 Купонъ отъ 5% облигаци
изъ 500 рублей 4-й.


Предъявлено съ 16 марта 1922 года является
двадцать руб. 50 коп. (12 р. 50 к.),
безъ удержанія сбора съ доходовъ отъ девиантскихъ
II серия. капиталовъ.

Управляющій Государственнымъ 
Коллежскому Подписанъ Должковъ

1917 * ЗАЕМЪ СВОБОДЫ * 1917

№082957 Купонъ отъ 5% облигаци
изъ 500 рублей 4-й.


Предъявлено съ 16 марта 1919 года является
двадцать руб. 50 коп. (12 р. 50 к.),
безъ удержанія сбора съ доходовъ отъ девиантскихъ
II серия. капиталовъ.

Управляющій Государственнымъ 
Коллежскому Подписанъ Должковъ

1917 * ЗАЕМЪ СВОБОДЫ * 1917

№082957 Купонъ отъ 5% облигаци
изъ 500 рублей 4-й.


Предъявлено съ 16 сентября 1921 года является
двадцать руб. 50 коп. (12 р. 50 к.),
безъ удержанія сбора съ доходовъ отъ девиантскихъ
II серия. капиталовъ.

Управляющій Государственнымъ 
Коллежскому Подписанъ Должковъ

1917 * ЗАЕМЪ СВОБОДЫ * 1917

№082957 Купонъ отъ 5% облигаци
изъ 500 рублей 4-й.

Предъявлено съ 16 марта 1921 года является
двадцать руб. 50 коп. (12 р. 50 к.),
безъ удержанія сбора съ доходовъ отъ девиантскихъ
II серия. капиталовъ.

Управляющій Государственнымъ 
Коллежскому Подписанъ Должковъ

1917 * ЗАЕМЪ СВОБОДЫ * 1917

№082957 Купонъ отъ 5% облигаци
изъ 500 рублей 7-й.

Предъявлено съ 16 сентября 1920 года является
двадцать руб. 50 коп. (12 р. 50 к.),
безъ удержанія сбора съ доходовъ отъ девиантскихъ
II серия. капиталовъ.

Управляющій Государственнымъ 
Коллежскому Подписанъ Должковъ

1917 * ЗАЕМЪ СВОБОДЫ * 1917

№082957 Купонъ отъ 5% облигаци
изъ 500 рублей 6-й.

Предъявлено съ 16 марта 1920 года является
двадцать руб. 50 коп. (12 р. 50 к.),
безъ удержанія сбора съ доходовъ отъ девиантскихъ
II серия. капиталовъ.

Управляющій Государственнымъ 
Коллежскому Подписанъ Должковъ

№082957 II серия. **ЗАЕМЪ СВОБОДЫ** №082957 II серия.



5% ОБЛИГАЦІЯ
ВЪ ПЯТЬСОТЪ РУБЛЕЙ нарицательныхъ.

Мы, Вами, граждане великой свободной Россіи, къ тѣмъ изъ Васъ, кому дорога
будуще нашей Родины, обращаемъ въ нашъ горючий призывъ.
Сильный врагъ глубоко стогрелъ въ наши предѣлы, грозитъ сломать насъ и
вернуть страну къ старому, нынѣ мертвому строю.
Только напряженіе всѣхъ нашихъ силъ можетъ дать намъ желанную побѣду.
Нужна затрата многихъ милліардовъ, чтобы спасти страну и завершить строеніе
свободной Россіи на началѣхъ развитія и правды.
Не можемъ требовать отъ насъ Родины, и исполненіе долга.
Одолжимъ долги Государству, сохранивъ ихъ въ новый заемъ, и спасемъ
этимъ отъ гибели нашу свободу и достоинство.

Министръ-Предсѣдатель 






Свердловскъ, 27 марта 1917 года.

Облигации

Доходность к погашению

Yield to maturity (YTM) — ставка доходности по облигации при намерении покупателя удерживать эту облигацию до погашения.

$$P = \sum_{n=1}^T \frac{C}{(1+y)^n} + \frac{F}{(1+y)^T}$$

Соглашение о подсчете дней

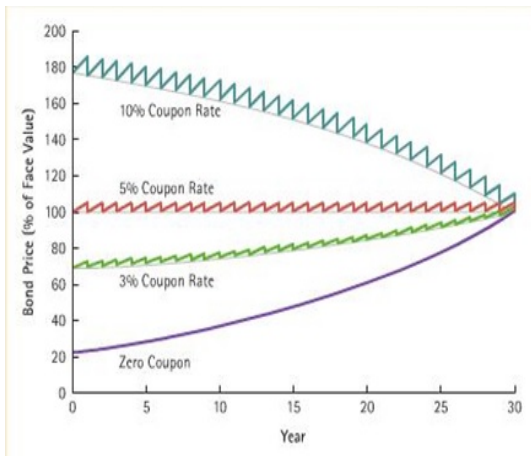
- 30/360
- ACT/365
- BUS/252
- ACT/ACT

Вопрос

Что влияет на цены облигаций?

Облигации

Зависимость цены от времени до погашения



Пример

Государственные облигации

Пусть есть bond: principal \$100 на 5 лет, coupon \$5 выплачивается раз в полгода (30/360), и годовая процентная ставка 3%. Проценты начисляются непрерывно. Тогда стоимость облигации будет:

$$\sum_{k=1}^{10} 5e^{-0.03 \frac{k \times 180}{360}} + 100e^{-0.03 \frac{5 \times 360}{360}} = \$132.15$$

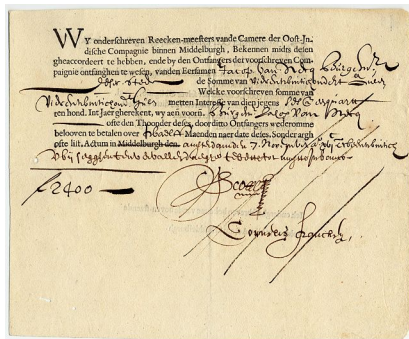
Облигации

Вопрос

Когда была выпущена первая облигация?

Облигации

Голландская Ост-Индская компания-1622



Практическое применение облигаций

Совокупный объем облигаций, выпущенных по состоянию на 31 декабря 2017 года, составлял около 100.13 триллионов долларов США, по информации Securities Industry and Financial Markets Association (SIFMA). Для сравнения, мировой ВВП составил около 80.14 триллионов долларов.

Вопрос

Почему облигации так популярны? Не проще ли взять кредит в банке?

Отличие облигации от кредита/депозита

	С точки зрения эмитента		С точки зрения держателя	
	Выпуск облигации	Кредит в банке	Банковский вклад	Покупка облигации
Объем привлечения/ сумма инвестиции	Объем выпуска может и как правило существенно превышает возможный размер кредита.	Размер кредита ограничен максимальной суммой, которую банк готов выдать одному заемщику т к банк следит за диверсификацией кредитного портфеля.	Практически любая	Кратная номиналу облигации
Стоимость/ Доходность	Дешевле кредита	Процент по кредиту выше купонных платежей по облигации	4.5%- 6.7% годовых при условии не изъятия вклада в течение года и более	7.2%- 7.7% годовых практически на любой срок
Возможность реструктуризации	Нельзя изменить сроки выплат купонов.	Кредит можно реструктуризировать по соглашению с банком, поменяв график выплаты процентов	-	-
Досрочное изъятие/ погашение	По обычной облигации невозможно	Как правило возможно. В случае снижения процентных ставок может быть выгодно погасить кредит досрочно.	Возможно, но с потерей большей части начисленных процентов	Возможна продажа облигации на рынке с сохранением накопленного купонного дохода, но в зависимости от выпуска существует вероятность, что ликвидность будет низкой
Страхование	-	-	Средства в объеме до 1,4 млн застрахованы	Средства не застрахованы. Возможна полная потеря средств в случае дефолта эмитента.

Облигация vs акция

Вопрос

Может акции лучше?

Assets	Liabilities
Cash	Salary
Property	Debt
etc...	etc...
	Equity
	Owner's equity

Облигации и риски

Вопрос

С какими рисками связаны инвестиции в облигации?

Облигации и риски

- Риск дефолта
- Процентный риск
- Риск реинвестирования
- Риск инфляции
- Риск ликвидности
- Страновой риск

Кредитный рейтинг

Определение

Кредитный рейтинг облигации — это показатель платежеспособности эмитента (государства или корпорации). Это инструмент повышения/понижения привлекательности заемщика в глазах кредиторов.

Кредитный рейтинг присваивается независимыми рейтинговыми агентствами.

Наиболее известные международные агентства:

- Standard & Poors
- Moody's
- Fitch Ratings

Интересный факт

Рейтинг компании \leq рейтинг страны

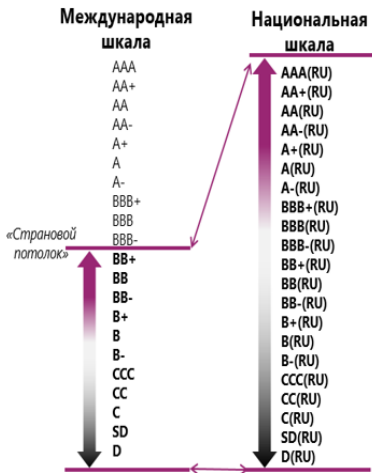
Кредитный рейтинг компании в иностранной валюте, как правило, не может быть выше кредитного рейтинга страны, в которой создана компания.

Agencies	Moody's rating	S&P rating	Fitch Rating
USA:	Aaa	AA+	AAA
Russia:	Baa3	BBB-	BBB-

Apple: S&P Rating AA+

Gazprom: S&P Rating BBB-

Национальная и международная рейтинговые шкалы

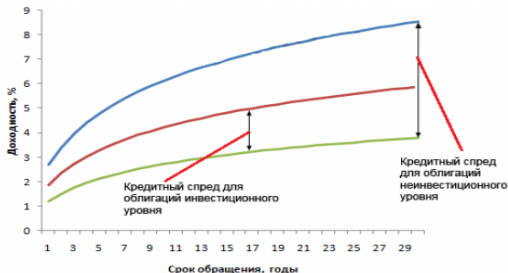


Кредитный спред

Кредитный спред

Разница между доходностью корпоративной облигации и доходностью безрисковой бумаги.

Чем выше кредитный спред, тем выше риск дефолта по конкретной облигации. И наоборот, чем ниже спред, тем более надежной она считается.



- Облигации неинвестиционного уровня
- Облигации инвестиционного уровня
- Трежерис

Вопрос

Всегда ли мнение кредитных агенств и мнение рынка совпадают?

Мера процентного риска

Дюрация Маколея (Maccaulay duration)

это средневзвешенный срок погашения облигации. Она показывает среднее время, за которое мы полностью вернем свои вложения в долговую бумагу

$$D = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{CF_i}{(1+r)^{t_i}} t_i}{P}$$

D – рассчитываемая величина дюрации;

P – рыночная цена облигации;

CF - платеж;

r — ставка дисконтирования;

t – момент времени i-го платежа.

Пример 1

Расчет дюрации облигации, торгующейся по номиналу со сроком погашения 3 года и купонным доходом 10% годовых.

$$D = \frac{1 * \frac{10}{1,1}}{100} + \frac{2 * \frac{10}{(1,1)^2}}{100} + \frac{3 * \frac{110}{(1,1)^3}}{100} = 2,74$$



Пример 2

К вам пришли 2 друга, оба хотят одолжить 100 000 рублей под 20% в год

- первый отдаст вам 120 000 рублей разом через год
- второй будет отдавать по 10 000 рублей в месяц

Скорее всего, вам больше понравится второй вариант, так как вы начнете получать назад деньги уже через месяц. Дюрация во втором случае будет ниже.

Мера процентного риска

Модифицированная дюрация

показатель процентного риска долговой ценной бумаги. Показывает на сколько изменится цена облигации при изменении процентных ставок на 1%.

$$\text{Модифицированная дюрация} = \frac{\text{Дюрация Маколея}}{\left(1 + \frac{YTM}{n}\right)}$$

YTM – доходность к погашению;

n – количество купонных платежей в год.

Пример

Из предыдущего примера: Дюрация Маколея для облигации, торгующейся по номиналу со сроком погашения 3 года и купонным доходом 10% годовых 2,74 лет.

Так как облигация торгуется по номиналу, $YTM=10\%$.

Модифицированная дюрация $= 2.74 / (1 + 0.1) = 2.49$

Это означает, что при росте/падении доходности облигации на 1% или 100 базисных пунктов, цена облигации снизится/вырастет на 2,49%.

Dollar Value of One Basis Point

Удобной мерой риска считается Dollar value of one basis point или DV01, показывающая прибыль или убыток от владения облигацией, если доходность изменится на 1 базисный пункт=0.01%.

$$DV01 = \frac{\text{Модифицированная дюрация} * P}{10000}$$

В нашем примере, рост доходности на 1 базисный пункт приведет к убытку, равному 2,49 центам.

$$DV01 = (\$100 * 2.49\%) / 10000 = 0.0249 \$$$

Дюрация

При прочих равных,

- чем больше срок до погашения, тем выше дюрация.
- чем выше величина купона и чем чаще он выплачивается, тем ниже дюрация.
- чем выше доходность к погашению, тем ниже дюрация.
- Дюрация Маколея бескупонной облигации равна сроку до погашения.

Вопрос

Можно ли защититься от риска?

Анкета

Пожалуйста, ответьте на 3 вопроса по ссылке <https://anketolog.ru/s/323982/297M7J5I> , или отсканировав QR код. Нам очень важно знать ваше мнение, это поможет нам сделать наш курс лучше.



Литература

- *Options, Futures, and Other Derivatives* by John C. Hull
- *Principles of financial engineering* by Salih N. Neftci

Источники

- Краткое описание российского рынка облигаций
<https://www.acra-ratings.ru/research/1119>