



Математические модели в инвестиционных банках

Построение кривых доходности

Дмитрий Янтер

28 февраля 2020

В предыдущей серии

Продукты

- Облигации

Ключевые понятия

- Текущая стоимость и дисконтирование
- Честная цена

Кривая доходности

Кривая доходности

Кривая доходности - зависимость процентных ставок от времени. Обычно показывает проценты годовых для разной продолжительности инвестирования (от 1 дня до 30 лет).

"Сколько денег через N лет/месяцев я получу, если положу X на депозит сегодня?"

Тенор	Доходность	Коэффициент дисконтирования
1M	6.2%	0.995
3M	5.4%	0.987
12M	6.2%	0.943
36M	3.8%	0.894

Вопрос

Допустим, есть набор ставок на депозит в рублях в крупном надежном банке. Можно ли из этих ставок посчитать кривую дисконтирования и использовать ее для оценки всех рублевых инструментов?

LIBOR

London Interbank Offered Rate - усредненные ставки по межбанковским кредитам на срок до 12 месяцев.

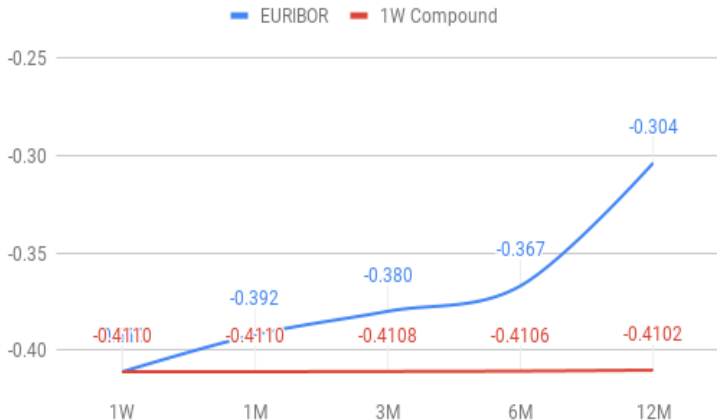
Term structure

Кривая LIBOR содержит процентные ставки на несколько временных интервалов начиная с одного дня и до 1 года. Например, LIBOR дает значение процентной ставки на 1 день и на 1 неделю. Можно ли получить недельную ставку или последовательности однодневных с учётом капитализации процентов?

Term structure

Кривая LIBOR содержит процентные ставки на несколько временных интервалов начиная с одного дня и до 1 года. Например, LIBOR дает значение процентной ставки на 1 день и на 1 неделю. Можно ли получить недельную ставку или последовательности однодневных с учётом капитализации процентов?

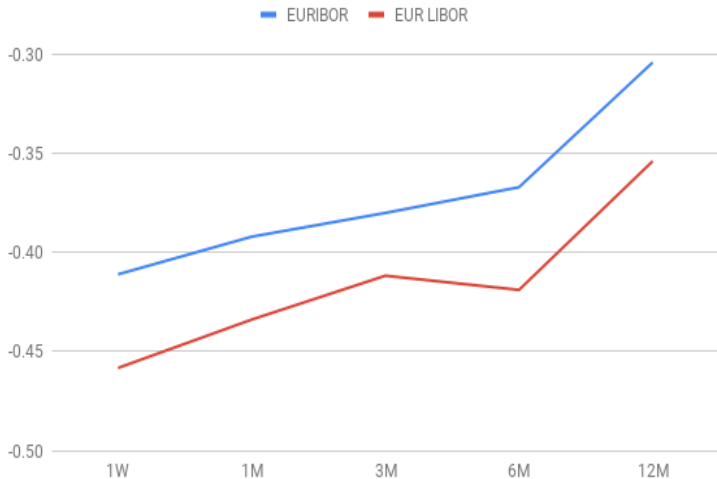
EURIBOR and 1W Compound



Стратегия carry trading

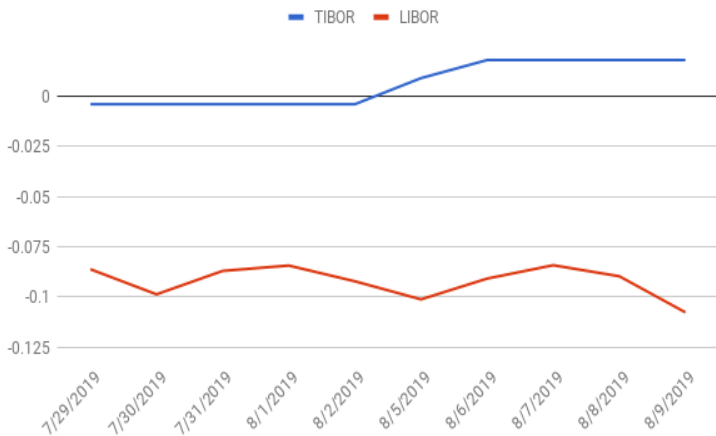
Используя текущее значение LIBOR CHF, найти доходность стратегии carry trading при фондировании 1W депозита ON

EURIBOR



TIBOR

TIBOR vs LIBOR (1W)



Реформа LIBOR

Предпосылки

- Ставка считается очень просто - среднее значение без 25% минимальных и максимальных показаний
- К ставке привязано много контрактов
- Ставкой манипулировали

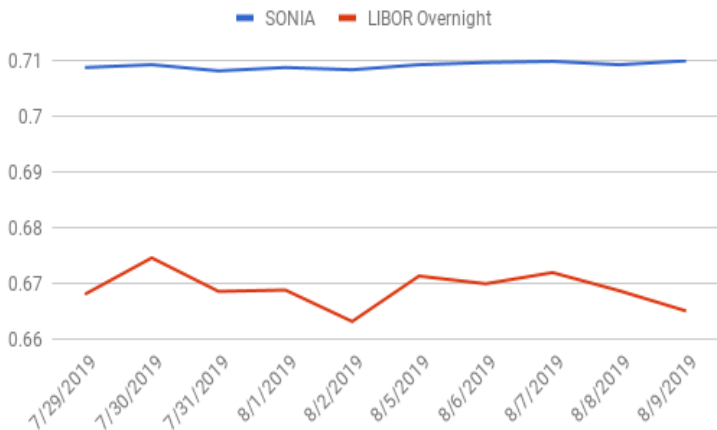
Альтернативы LIBOR

- EURONIA
- SONIA
- TONA
- RUONIA

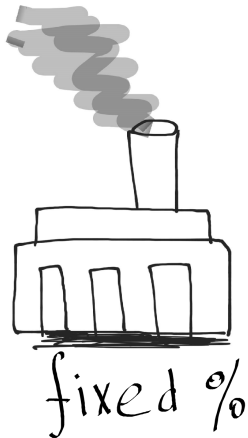
<https://www.isda.org/a/OqrEE/IBOR->

LIBOR vs SONIA

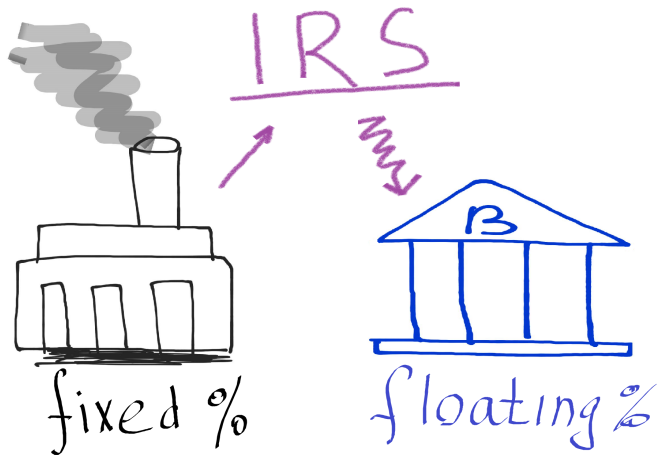
SONIA vs LIBOR



Floating VS Fixed



Floating VS Fixed



Процентные свопы

Процентный своп (IRS)

Процентный своп (Interest Rate Swap) - контракт между двумя сторонами, в котором по заранее оговоренному расписанию одна сторона платит фиксированную ставку (fixed leg), а другая значение LIBOR (floating leg) за предыдущий период.

Зачем нужны свопы

Межбанковский рынок живет в мире ставок LIBOR, многие клиенты живут в мире фиксированной процентной доходности.

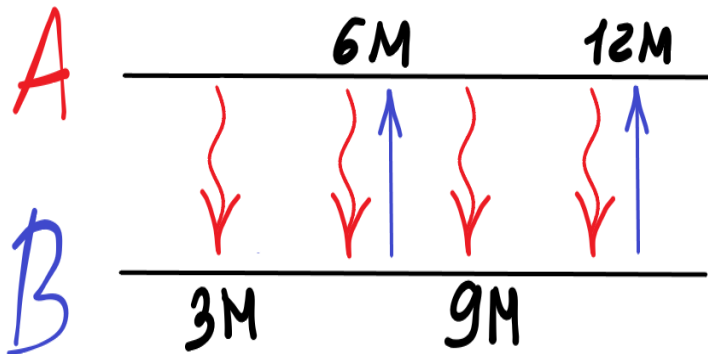
Ванильный своп (Vanilla Swap)

Рассмотрим простой своп на 1 год.

- Фиксированные платежи раз в 6 месяцев (SEMI ANNUALLY)
- Платежи с плавающей ставкой раз в 3 месяца (QUATERLY)
- Значение LIBOR фиксируется в начале периода

		Fixed leg	Floating leg
T_{3M}	3M	Price / 2	LIBOR 3M (T_0) / 4
T_{6M}	6M		LIBOR 3M (T_{3M}) / 4
T_{9M}	9M	Price / 2	LIBOR 3M (T_{6M}) / 4
	12M		LIBOR 3M (T_{9M}) / 4

CashFlow



Честная цена свопа

Предположение о равнозначности ног («Zero PV»)

Если рынок находится в равновесии, то текущая стоимость фиксированной ноги равна текущей стоимости плавающей ноги.

$$PV_{floating\ leg} = PV_{fixed\ leg}$$

Например для однолетнего свопа

$$PV_{fixed} = \frac{P}{2} (DF_{6M} + DF_{12M})$$

$$PV_{floating} = \frac{L_{T_0} DF_{3M} + L_{T_{3M}} DF_{6M} + L_{T_{6M}} DF_{9M} + L_{T_{9M}} DF_{12M}}{4}$$

Можно доказать, что $PV_{floating} = 1 - DF_{12M}$

$$1 - DF_{12M} = \frac{P}{2} (DF_{6M} + DF_{12M})$$

Какие допущения?

- Дисконтирование по LIBOR, т.е. LIBOR – безрисковая процентная ставка

Кривая и рыночные данные

Если кривая известна, легко посчитать честную цену

- Процентного свопа
- Депозита, который начинается и заканчивается в произвольную дату
- FRA $M \times N$ - Forward Rate Agreement - соглашение о процентной ставке, которое вступает в силу через M месяцев и заканчивается через N месяцев.

Если есть кривая....

Кривая и рыночные данные

<https://www.moex.com/ru/marketdata/indices/state/g-curve/>

Восстановление кривой

Bootstrap

Методы типа Bootstrap - способ построение кривых, начиная с младших теноров и заканчивая старшими. При расчете старших теноров используются результаты более ранних расчетов.

Например, известны следующие рыночные данные

LIBOR 3M	5.0%
FRA 3x6	5.1%
FRA 6x9	5.2%
FRA 9x12	5.3%
2Y Swap	5.4%

Bootstrap

Решение

$$D_{6M} = \frac{D_{3M}}{1 + 5.1 * 0.01/4} = 0.975$$

$$D_{9M} = \frac{D_{6M}}{1 + 5.2 * 0.01/4} = 0.963$$

$$D_{12M} = \frac{D_{9M}}{1 + 5.3 * 0.01/4} = 0.950$$

Честная цена двухлетнего свопа равна

$$5.4 * 0.01 = \frac{1 - D_{24M}}{0.5(D_{6M} + D_{12M} + D_{18M} + D_{24M})}$$

Итого, одно уравнение, два неизвестных D_{18M} , D_{24M} .

Какие допущения?

- Дисконтирование по LIBOR, т.е. LIBOR – безрисковая процентная ставка
- В цене FRA тоже используется безрисковая процентная ставка

Интерполяция

Для уменьшения количества неизвестных чаще всего используется метод интерполяции, преимущественно один из:

- Линейная
- Лог-линейная
- Кубическими сплайнами
- Квадратичными сплайнами

Литература

- *Interest rate swaps and their derivatives: a practitioner's guide* by Amir Sadr

Источники

- Обзор текущего статуса IBOR
<https://www.isda.org/a/g2hEE/IBOR->
- Альтернативы IBOR <https://www.isda.org/a/OqrEE/IBOR->
- Кривая бескупонной доходности
<https://www.moex.com/ru/marketdata/indices/state/g-curve/>
- *Investopedia.com*
<http://www.investopedia.com/terms/s/swap.asp>
<http://www.investopedia.com/terms/y/yieldcurve.asp>