Notas del Curso “Matemáticas Básicas”

M. en C. Juliho Castillo

ESDAI, Universidad Panamericana

9 de agosto de 2016

¡Bienvenidas al Curso de Matemáticas Básicas!

Mi nombre es Juliho Castillo...(sí, con “h” entre la “i” y la “o”.)

¡Bienvenidas al Curso de Matemáticas Básicas!

Mi nombre es Juliho Castillo...(sí, con “h” entre la “i” y la “o”.)

Educación

1. *Candidato a Doctor:* Instituto de Matemáticas, UNAM, posgrado en Ciencias Matemáticas. Proyecto de Tesis: "Técnicas simplécticas aplicadas a las soluciones generalizadas de la ecuación de Hamilton- Jacobi", bajo la dirección del Dr. Héctor Sanchez Morgado.
2. *Maestro en Ciencias:* Departamento de Matemáticas, CINVESTAV, especialidad en Matemáticas, fecha de titulación: 5 de febrero de 2013. Tesis: "Clasificación de Capacidades Simplécticas en Superficies", bajo la dirección del Dr. Rustam Sadykov.
3. *Licenciado en Ciencias:* Escuela de Ciencias, UABJO, especialidad en Matemáticas, fecha de titulación: 14 de enero de 2011. Tesis: "Análisis Semiclásico de Operadores de Schrödinger", bajo la dirección del Dr. Héctor Sanchez Morgado.

Educación

1. *Candidato a Doctor:* Instituto de Matemáticas, UNAM, posgrado en Ciencias Matemáticas. Proyecto de Tesis: “Técnicas simplécticas aplicadas a las soluciones generalizadas de la ecuación de Hamilton- Jacobi”, bajo la dirección del Dr. Héctor Sanchez Morgado.
2. *Maestro en Ciencias:* Departamento de Matemáticas, CINVESTAV, especialidad en Matemáticas, fecha de titulación: 5 de febrero de 2013. Tesis: “Clasificación de Capacidades Simplécticas en Superficies”, bajo la dirección del Dr. Rustam Sadykov.
3. *Licenciado en Ciencias:* Escuela de Ciencias, UABJO, especialidad en Matemáticas, fecha de titulación: 14 de enero de 2011. Tesis: “Análisis Semiclásico de Operadores de Schrödinger”, bajo la dirección del Dr. Héctor Sanchez Morgado.

Educación

1. *Candidato a Doctor:* Instituto de Matemáticas, UNAM, posgrado en Ciencias Matemáticas. Proyecto de Tesis: "Técnicas simplécticas aplicadas a las soluciones generalizadas de la ecuación de Hamilton- Jacobi", bajo la dirección del Dr. Héctor Sanchez Morgado.
2. *Maestro en Ciencias:* Departamento de Matemáticas, CINVESTAV, especialidad en Matemáticas, fecha de titulación: 5 de febrero de 2013. Tesis: "Clasificación de Capacidades Simplécticas en Superficies", bajo la dirección del Dr. Rustam Sadykov.
3. *Licenciado en Ciencias:* Escuela de Ciencias, UABJO, especialidad en Matemáticas, fecha de titulación: 14 de enero de 2011. Tesis: "Análisis Semiclásico de Operadores de Schrödinger", bajo la dirección del Dr. Héctor Sanchez Morgado.

Publicaciones

2014 *Symplectic capacities on surfaces:* Manuscripta Mathematica, Vol. 229, artículo 701, Artículo de Investigación.En colaboración con Dr. Rystam Sadykov

2012 *Aplicaciones del Control Estocástico al Análisis Semiclásico:* Aportaciones Matemáticas, Memorias 45, 69-96, Artículo de exposición.

Reconocimientos

2011 Premio Nacional "Mixbaal" a las Mejores Tesis de Licenciatura en Matemáticas Aplicadas, Mención Honorífica

2011 Conferencista invitado, Sesión del Premio Mixbaal, ENOAN XXI

2001 Seleccionado Estatal, XV Olimpiada Mexicana de Matemáticas, Delegación Oaxaca

Experiencia docente

- **Actual** Profesor de Asignatura, Universidad Panamericana, ESDAI, Ciudad de México.
- **4-2015** Coordinador Académico, Club de Matemáticas “Teorema”, Centro de Formación en Ciencias y Matemáticas, Oaxaca.
- **2014** Codelegado, Olimpiada Mexicana de Matemáticas, Delegación Oaxaca.
- **2013** Profesor de Asignatura, Instituto Blaise Pascal, Académia de Matemáticas, Oaxaca de Juárez.
- **2013** Profesor de Asignatura, Universidad Anáhuac México Sur, Facultad de Ingeniería, Ciudad de México.
- **2-2013** Profesor de Asignatura, Universidad Panamericana, Facultad de Ingeniería, Ciudad de México.
- **5-2010** Entrenador, Olimpiada Mexicana de Matemáticas, Delegación Oaxaca.

Educación

1. 2013-Actual Estudiante de Doctorado, Instituto de Matemáticas, UNAM Sede Oaxaca, área de Ecuaciones Diferenciales Parciales, 1a etapa de candidatura a doctor concluida.
2. 2011–2013 Maestría en Matemáticas, CINVESTAV IPN.
3. 2005–2010 Licenciatura en Matemáticas, UABJO.

Experiencia

1. Profesor de Asignatura, Universidad Panamericana, ECEE, Ciudad de México.
2. Profesor de Asignatura, Instituto Blaise Pascal, Académia de Matemáticas, Oaxaca de Juárez.
3. Profesor de Asignatura, Universidad Anáhuac México Sur, Facultad de Ingeniería, Ciudad de México.
4. Profesor de Asignatura, Universidad Panamericana, Facultad de Ingeniería, Ciudad de México.
5. Codelegado y entrenador, Olimpiada Mexicana de Matemáticas, Delegación Oaxaca

En el presente curso, revisaremos los conceptos matemáticos básicos, necesarios para desarrollar métodos matemáticos más avanzados, que nos ayuden a resolver problemas relacionados con la administración y la toma de decisiones.

Al finalizar el curso la alumna:

1. Analizará planteamientos y operaciones algebraicas. Empleará la lógica matemática en el razonamiento y resolución de problemas.
2. Valorará la importancia de las Matemáticas en las ciencias administrativas.

Temario

1. MATEMÁTICAS EN LA ADMINISTRACIÓN
2. FUNCIONES Y GRÁFICAS
3. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES Y ECUACIONES CUADRÁTICAS
4. DETERMINANTES Y MATRICES
5. SERIES DE NÚMEROS REALES

Bibliografía

1. SPIEGEL, Murray et. al. "Álgebra Superior". 3a. ed. México: Series Schaum, McGraw-Hill, 2006.
2. HOFFMANN, Laurence et. el. "Matemáticas Aplicadas a la Administración y los Negocios". 1a ed. México: McGraw-Hill, 2014.

Normativa

La calificación final se compondrá de la siguiente manera:

1. 2 evaluaciones parciales x 30 % cada una = 60 % calificación final
2. 1 examen final = 40 % calificación final

Cada evaluación parcial se compondrá de la siguiente manera

1. Examen escrito = 50 %
2. Actividad complementaria = 20 %
3. Controles de lectura = 30 %

Normativa

La calificación final se compondrá de la siguiente manera:

1. 2 evaluaciones parciales x 30 % cada una = 60 % calificación final
2. 1 examen final = 40 % calificación final

Cada evaluación parcial se compondrá de la siguiente manera

1. Examen escrito = 50 %
2. Actividad complementaria = 20 %
3. Controles de lectura = 30 %

La actividad complementaria consistirá en una serie de ejercicios aplicados al área económico-admnistrativa, que involucrará investigación bibliográfica y una implementación de la solución a través de software educativo.

Los controles de lectura serán semanales con base en los libros de la bibliografía.

La actividad complementaria consistirá en una serie de ejercicios aplicados al área económico-admnistrativa, que involucrará investigación bibliográfica y una implementación de la solución a través de software educativo.

Los controles de lectura serán semanales con base en los libros de la bibliografía.

Algunos puntos importantes a considerar son:

1.) El límite de faltas es el 20 % del total de las sesiones y no hay justificante para las mismas.

2.) En clase, no se podrá hacer uso de dispositivos electrónicos, excepto de calculadora científica no graficadora.

Habilidad para trabajar de forma autónoma

Competencia necesaria en la ejecución independiente de las actividades o en la resolución de problemas. Supone responder de manera proactiva sin esperar autorizaciones o consultas.

- Proponer mejoras.
- Decidir.
- Estar orientado a la acción.
- Utilizar la iniciativa y la rapidez como ventaja competitiva.
- Asumir riesgos.
- Establecer prioridades.

Habilidad para trabajar de forma autónoma

Competencia necesaria en la ejecución independiente de las actividades o en la resolución de problemas. Supone responder de manera proactiva sin esperar autorizaciones o consultas.

- Proponer mejoras.
- Decidir.
- Estar orientado a la acción.
- Utilizar la iniciativa y la rapidez como ventaja competitiva.
- Asumir riesgos.
- Establecer prioridades.

Resolución de problemas

Competencia necesaria para proponer soluciones viables a problemas presentes y futuros.

Motivación de logro

Competencia necesaria para encausar la actitud de la persona hacia el cumplimiento de las metas en la vida personal y laboral.

Implica el convencimiento de que cada persona es capaz de realizar con éxito una tarea o elegir el enfoque adecuado para resolver un problema.

Esto incluye abordar nuevos y crecientes retos con una actitud de confianza en las propias capacidades, decisiones o capacidades, decisiones o

Motivación de logro

Competencia necesaria para encausar la actitud de la persona hacia el cumplimiento de las metas en la vida personal y laboral.
Implica el convencimiento de que cada persona es capaz de realizar con éxito una tarea o elegir el enfoque adecuado para resolver un problema.
Esto incluye abordar nuevos y crecientes retos con una actitud de confianza en las propias capacidades, decisiones o capacidades, decisiones o

Motivación de logro

Competencia necesaria para encausar la actitud de la persona hacia el cumplimiento de las metas en la vida personal y laboral.
Implica el convencimiento de que cada persona es capaz de realizar con éxito una tarea o elegir el enfoque adecuado para resolver un problema.
Esto incluye abordar nuevos y crecientes retos con una actitud de confianza en las propias capacidades, decisiones o capacidades, decisiones o

1 Matemáticas en la administración

Sistemas de ecuaciones. Aplicaciones en el área administrativa.

Ejemplo 4.1.

Suponga que en esta temporada, estamos armando canastas de regalos. Cada canasta tiene una botella de vino y dos latas de conservas. Si cada botella de vino cuesta $\$400$ y cada lata cuesta $\$100$, con un presupuesto de $\$6000$, ¿cuántos paquetes podemos armar?

Matrices. Aplicaciones en el área de contabilidad.

Ejemplo 4.2 (El modelo de Leontief aplicado a un sistema económico con tres industrias).

El Modelo Input-Output es un modelo económico desarrollado por Wassily Leontief (1905-1999) por el que obtuvo un Premio Nobel en el año 1973. A menudo es denominado como modelo de Leontief.
El propósito fundamental del modelo IO es analizar la interdependencia de industrias en una economía. El modelo viene a mostrar como las salidas de una industria (outputs) son las entradas de otra (inputs), mostrando una interrelación entre ellas.
En la actualidad es uno de los modelos más empleados en economía.

Matrices. Aplicaciones en el área de contabilidad.

Ejemplo 4.2 (El modelo de Leontief aplicado a un sistema económico con tres industrias).

El Modelo Input-Output es un modelo económico desarrollado por Wassily Leontief (1905-1999) por el que obtuvo un Premio Nobel en el año 1973. A menudo es denominado como modelo de Leontief. El propósito fundamental del modelo IO es analizar la interdependencia de industrias en una economía. El modelo viene a mostrar como las salidas de una industria (outputs) son las entradas de otra (inputs), mostrando una interrelación entre ellas.
En la actualidad es uno de los modelos más empleados en economía.

Matrices. Aplicaciones en el área de contabilidad.

Ejemplo 4.2 (El modelo de Leontief aplicado a un sistema económico con tres industrias).

El Modelo Input-Output es un modelo económico desarrollado por Wassily Leontief (1905-1999) por el que obtuvo un Premio Nobel en el año 1973. A menudo es denominado como modelo de Leontief.
El propósito fundamental del modelo IO es analizar la interdependencia de industrias en una economía. El modelo viene a mostrar como las salidas de una industria (outputs) son las entradas de otra (inputs), mostrando una interrelación entre ellas.
En la actualidad es uno de los modelos más empleados en economía.

Matemáticas Financieras. Aplicaciones en el área de finanzas.

Se tranfiere dinero a una cuenta, a una tasa constante de \$1200 dólares por año. La cuenta gana intereses a una tasa anual de 8 % capitalizada continuamente. ¿Cuánto habrá en la cuenta al cabo de dos años?

Observación 4.1.

P_0 dólares invertidos a una tasa anual r y capitalizados continuamente valdrán

$$P(t) = P_0 e^{rt},$$

después de t años.

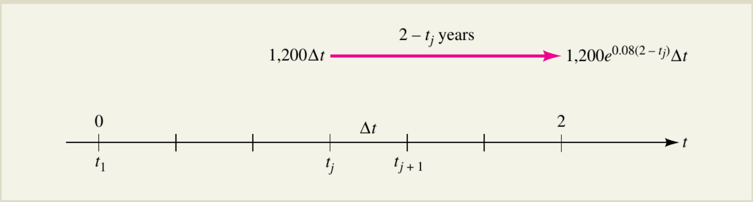


Figura 4.1: Valor futuro (aproximado) del dinero depositado durante el j-ésimo subintervalo.

- Dinéro depositado

$$\left(\texttt{dólares por año}\right)\left(\texttt{número de años}\right) = 1200\Delta t$$

- VF del deposito en el j-ésimo intervalo

$$1200e^{0.08(2-t_j)}\Delta t$$

- VF de flujos de ingresos (aprox.)

$$\sum_{j=1}^{n} 1200e^{0.08(2-t_j)}\Delta t$$

- VF del flujo de ingresos

$$\int_0^2 1200e^{0.08(2-t)}dt$$

- Dinéro depositado

$$(\texttt{dólares por año})(\texttt{número de años}) = 1200\Delta t$$

- VF del deposito en el j-ésimo intervalo

$$1200e^{0.08(2-t_j)}\Delta t$$

- VF de flujos de ingresos (aprox.)

$$\sum_{j=1}^{n} 1200e^{0.08(2-t_j)}\Delta t$$

- VF del flujo de ingresos

$$\int_0^2 1200e^{0.08(2-t)}dt$$

- Dinéro depositado

$$(\texttt{dólares por año})(\texttt{número de años}) = 1200\Delta t$$

- VF del deposito en el j-ésimo intervalo

$$1200e^{0.08(2-t_j)}\Delta t$$

- VF de flujos de ingresos (aprox.)

$$\sum_{j=1}^{n} 1200e^{0.08(2-t_j)}\Delta t$$

- VF del flujo de ingresos

$$\int_0^2 1200e^{0.08(2-t)}dt$$

- Dinéro depositado

$$(\texttt{dólares por año})\,(\texttt{número de años}) = 1200\Delta t$$

- VF del deposito en el j-ésimo intervalo

$$1200e^{0.08(2-t_j)}\Delta t$$

- VF de flujos de ingresos (aprox.)

$$\sum_{j=1}^{n} 1200e^{0.08(2-t_j)}\Delta t$$

- VF del flujo de ingresos

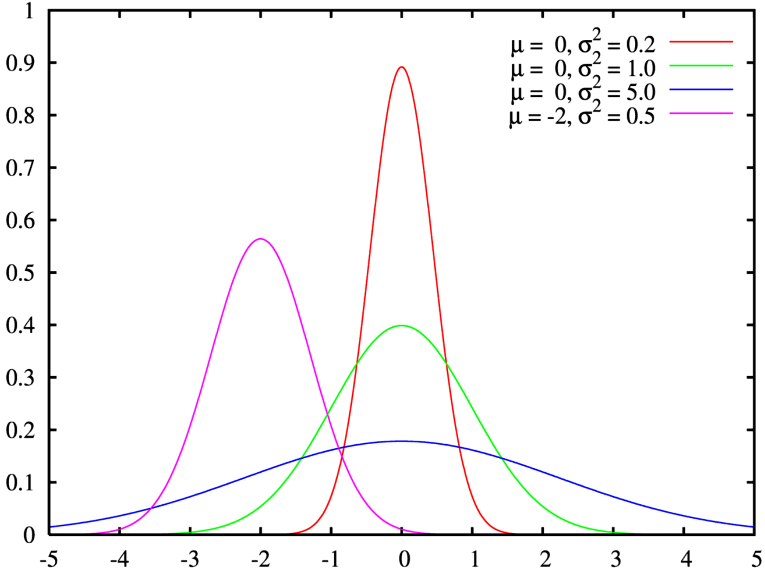
$$\int_0^2 1200e^{0.08(2-t)}dt$$

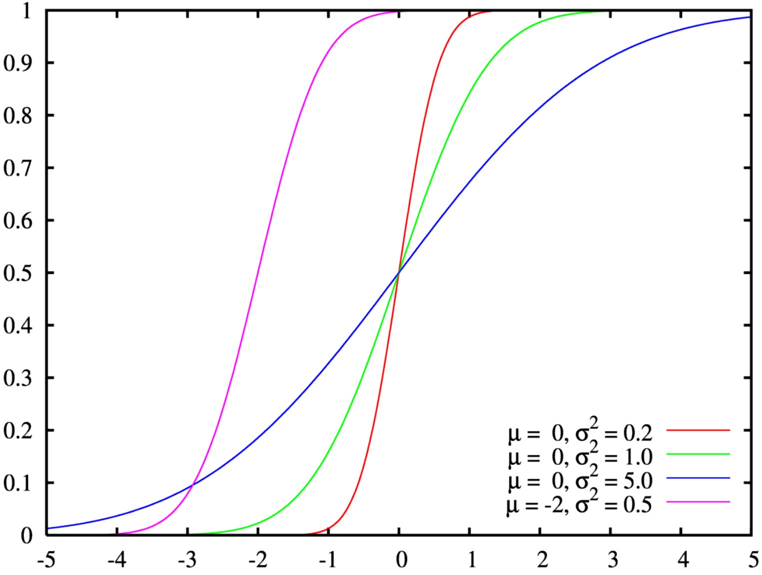
Probabilidad y estadística. Aplicaciones en el área estadística.

En estadística y probabilidad se llama distribución normal, distribución de Gauss o distribución gaussiana, a una de las distribuciones de probabilidad de variable continua que con más frecuencia aparece aproximada en fenómenos reales. La gráfica de su función de densidad tiene una forma acampanada y es simétrica respecto de un determinado parámetro estadístico. Esta curva se conoce como campana de Gauss y es el gráfico de una función gaussiana.

Probabilidad y estadística. Aplicaciones en el área estadística.

En estadística y probabilidad se llama distribución normal, distribución de Gauss o distribución gaussiana, a una de las distribuciones de probabilidad de variable continua que con más frecuencia aparece aproximada en fenómenos reales. La gráfica de su función de densidad tiene una forma acampanada y es simétrica respecto de un determinado parámetro estadístico. Esta curva se conoce como campana de Gauss y es el gráfico de una función gaussiana.


μ = 0, σ2 = 0.2
μ = 0, σ2 = 1.0
μ = 0, σ2 = 5.0
μ = -2, σ2 = 0.5
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5



1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
μ = 0, σ² = 0.2
μ = 0, σ² = 1.0
μ = 0, σ² = 5.0
μ = -2, σ² = 0.5

¿Cómo podemos medir la *desigualdad acumulada* entre diferentes estratos económicos de la sociedad?

Definición 4.1.

La *curva de Lorenz* de la economía de una sociedad particular es la gráfica de la función $L(x)$, que denota la fracción del ingreso nacional anual total recibido por el $x100\,\%$ de menor salario del total de trabajadores asalariados en la sociedad, para $0 \leq x \leq 1$.

Por ejemplo, si el $30\,\% = 0.030$ de menor salario de todos los trabajadores recibe el $23\,\% = 0.23$ del ingreso total de la sociedad, entonces

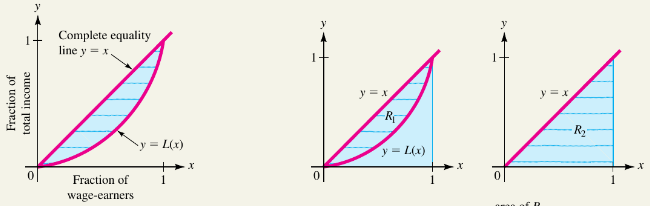
$$L(.0.30) = 0.23.$$

Observe que $L(x)$ es una función en $0 \leq x \leq 1$ que tiene las siguiente propiedades:

1. $L(x)$ es una función creciente;
2. $0 \leq L(x) \leq 1$;
3. $L(0) = 0$;
4. $L(1) = 1$;
5. $L(x) \leq x$.

Observación 4.2.

La ecuación $L(x) \leq x$, nos dice que la curva de Lorenz "ideal" es $L(x) = x$, lo cuál correspondería a un ingreso totalmente igual para todos los habitantes de un país. Parecería exerago, pero piense por un momento... ¡es precisamente la idea detras del concepto de *ingreso per cápita*!



(a) A Lorentz curve $y = L(x)$ lies below the complete equality line $y = x$

(b) The Gini index is the ratio $\mathrm{GI} = \dfrac{\text{area of } R_1}{\text{area of } R_2}$

Figura 4.2: Curva de Lorenz $y = L(x)$ y su índice de Gini

El *índice de Gini* GI, también llamado *índice de desigualdad del ingreso,* se puede calcular mediante la fórmula

$$GI = \frac{\int_0^1 (x - L(x))\, dx}{\int_0^1 x dx} = \frac{\int_0^1 (x - L(x))\, dx}{\frac{1}{2}},$$

es decir,

$$GI = 2\int_0^1 (x - L(x))\, dx = 1 - 2\int_0^1 L(x) dx.$$

Una relación es un *conjunto de pares ordenados.* Al conjunto de los primeros componentes de los pares ordenados se le conoce como dominio de la relación. Al conjunto de los siguientes componentes se les llama rando de la relación.

Una relación es un *conjunto de pares ordenados.* Al conjunto de los primeros componentes de los pares ordenados se le conoce como dominio de la relación. Al conjunto de los siguientes componentes se les llama rando de la relación.

Una relación es un *conjunto de pares ordenados.* Al conjunto de los primeros componentes de los pares ordenados se le conoce como dominio de la relación. Al conjunto de los siguientes componentes se les llama rando de la relación.

Ejemplo 5.1.

¿Cuál es el dominio y el rango de la relación

$$\{(1,3),(2,6),(3,9),(4,12)\}?$$

Solución.

$$\mathit{Dominio} = \{1,2,3,4\}\,, \mathit{Rango} = \{3,6,9,12\}\,.$$

Definición 5.1.

Una función es una relación tal que cada elemento del dominio tiene su par con un solo elemento del rango.

Ejemplo 5.2.

¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones?

1. $\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5)\}$
2. $\{(1,2),(1,3),(2,8),(3,9)\}$
3. $\{(1,3),(2,3),(4,3),(9,3)\}$

Solución.

- *Sí*
- *No,* 1 *tiene como pares tanto a* 2 *como* 3
- *Sí*

Ejemplo 5.2.

¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones?

1. $\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5)\}$
2. $\{(1,2),(1,3),(2,8),(3,9)\}$
3. $\{(1,3),(2,3),(4,3),(9,3)\}$

Solución.

- *Sí*
- *No,* 1 *tiene como pares tanto a* 2 *como* 3
- *Sí*

Observación 5.1.

- A menudo, las funciones y las relaciones se expresan como ecuaciones.
- Cuando no se especifica el domino, éste se determina como el subconjunto más grande de números reales para los que se define el ecuacipón.
- El rango se define encontrando el valor de la ecuación para cada uno de los valores del dominio.

La variable asociada con el dominio se llama *independiente*, mientras que la variable asociada con el rango se llama *dependiente*.

La variable asociada con el dominio se llama *independiente*, mientras que la variable asociada con el rango se llama *dependiente*.

Ejemplo 5.3.

¿Cuál es el dominio y el rango de $y = x^2 + 2$?

Solución.

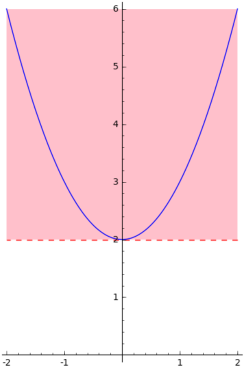


Figura 5.1: Dominio$=(-\infty, \infty) := \mathbb{R}$, Rango$=[2, \infty)$

Ejemplo 5.4.

¿Cual es el dominio y el rango de $y = 1/(x-3)$?

Solución.

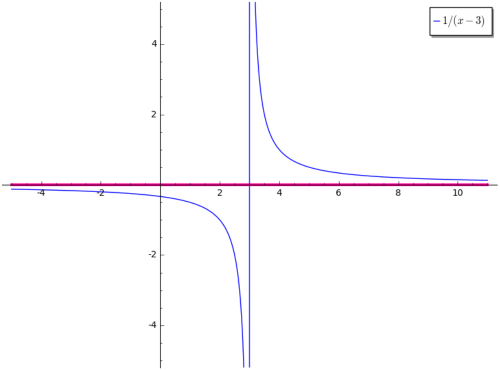
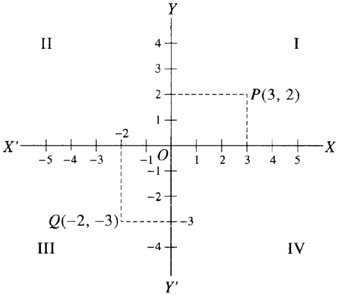


Figura 5.2: Dominio=$\mathbb{R} - \{x = 3\}$, Rango=$\mathbb{R} - \{y = 0\}$

Un sistema de coordenadas rectangulares se utiliza para representar una gráfica de la relación entre dos variables.



1. La recta $X'X$, denominada eje x, se sitúa en posición horizontal.
2. La recta $Y'Y$, denominada eje y, se sitúa en posición horizontal.
3. El punto O es el *origen del sistema.*
4. Los ejes dividen al plano en 4 *cuadrantes.*

Definición 6.1.

La gráfica de una función $y = f(x)$ es el lugar geométrico de los puntos (x, y) que satisfacen la ecuación

$$y = f(x).$$

Observación 6.1.

¡Graficar una función es muy sencillo! En SageMath Cloud, puede ocupar el siguiente código:

```
x=var("x") #se define la variable independiente
f(x)=x^2 #se define la funci\'on
grafica = plot(f, (0,1))
show(grafica)
```

Puede ver ejemplos en SageMath Cloud.

La gráfica de la función $f(x-c)$ es la misma que la gráfica de la función $f(x)$ pero desplezada a la

$$\begin{cases} \texttt{derecha} & c > 0 \\ \texttt{izquierda} & c < 0. \end{cases}$$

Ejemplo 6.1.

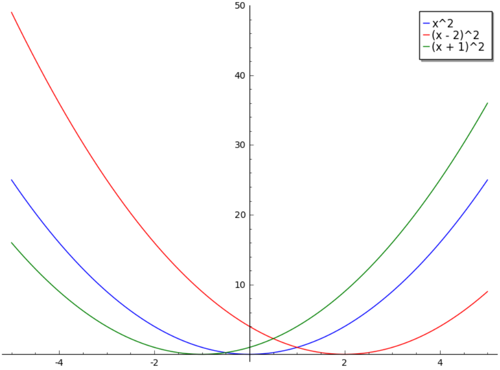


Figura 6.1: Parábolas desplzadas horizontalmente

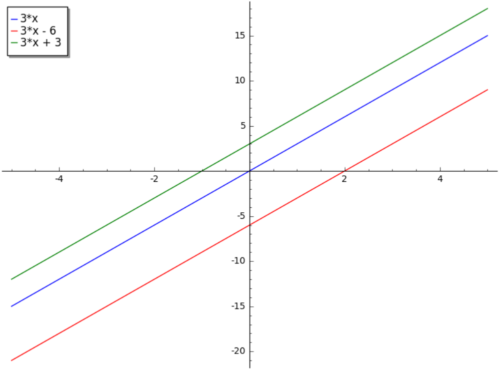


Figura 6.2: Rectas desplazadas horizontalmente

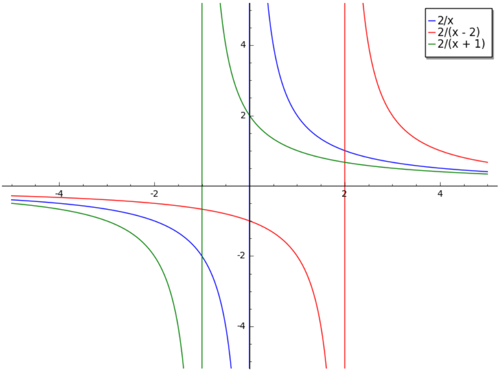


Figura 6.3: Hipérbolas desplazadas horizontalmente

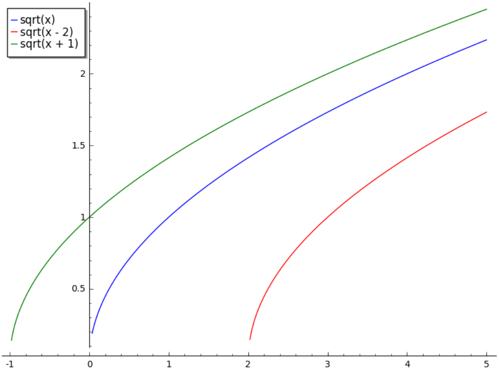


Figura 6.4: Raíces desplazadas horizontalmente

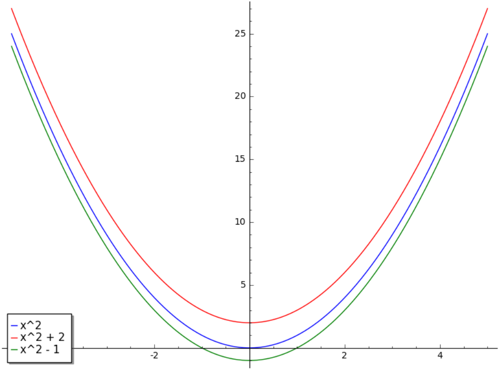


Figura 6.5: Parábolas desplazadas verticalmente

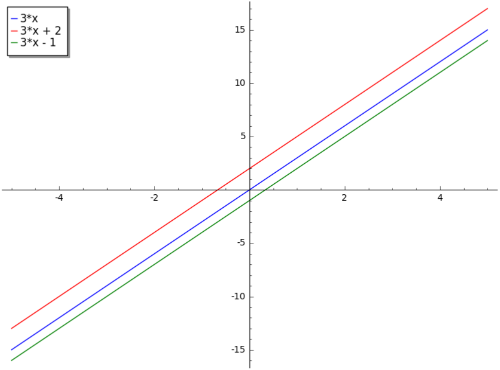


Figura 6.6: Rectas desplazadas verticalmente

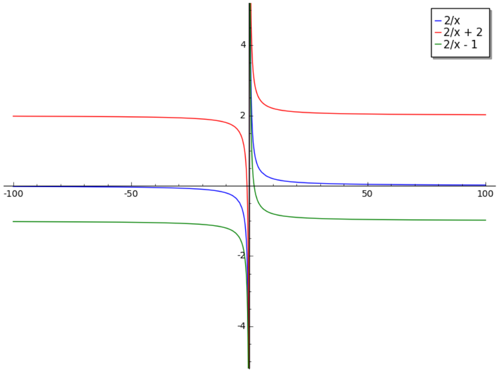


Figura 6.7: Hipérbolas desplazadas verticalmente

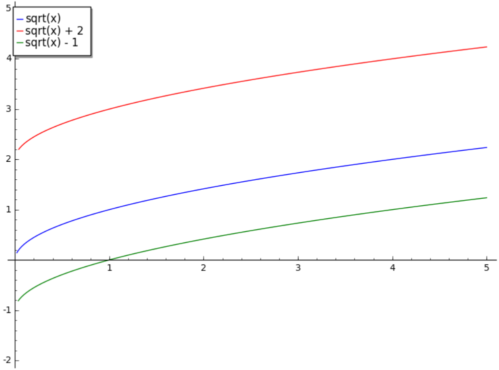


Figura 6.8: Raíces desplazadas verticalmente

Cambio de coordenadas

La gráfica de la función

$$y = f(x-h) + k$$

es la misma que la gráfica de la función $y = f(x)$, pero desplzada hacia...

$$\begin{cases} \texttt{la derecha si} & h > 0 \\ \texttt{la izquierda si} & h < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \texttt{arriba si} & k > 0 \\ \texttt{abajo si} & k < 0 \end{cases}$$

h (resp. k) nos indican cuantas unidades se tiene que desplazar horizatalmente (resp. verticalmente).

Cambio de coordenadas

La gráfica de la función

$$y = f(x - h) + k$$

es la misma que la gráfica de la función $y = f(x)$, pero desplzada hacia...

$$\begin{cases} \texttt{la derecha si} & h > 0 \\ \texttt{la izquierda si} & h < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \texttt{arriba si} & k > 0 \\ \texttt{abajo si} & k < 0 \end{cases}$$

h (resp. k) nos indican cuantas unidades se tiene que desplazar horizatalmente (resp. verticalmente).

Cambio de coordenadas

La gráfica de la función

$$y = f(x-h) + k$$

es la misma que la gráfica de la función $y = f(x)$, pero desplzada hacia...

$$\begin{cases} \texttt{la derecha si} & h > 0 \\ \texttt{la izquierda si} & h < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \texttt{arriba si} & k > 0 \\ \texttt{abajo si} & k < 0 \end{cases}$$

h (resp. k) nos indican cuantas unidades se tiene que desplazar horizatalmente (resp. verticalmente).

Cambio de coordenadas

La gráfica de la función

$$y = f(x-h) + k$$

es la misma que la gráfica de la función $y = f(x)$, pero desplzada hacia...

$$\begin{cases} \texttt{la derecha si} & h > 0 \\ \texttt{la izquierda si} & h < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \texttt{arriba si} & k > 0 \\ \texttt{abajo si} & k < 0 \end{cases}$$

h (resp. k) nos indican cuantas unidades se tiene que desplazar horizatalmente (resp. verticalmente).

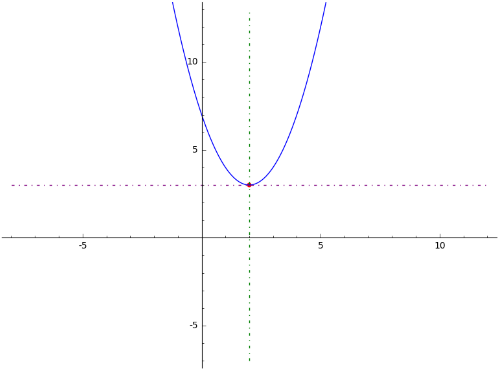


Figura 6.9: Grafica de la función $y = (x-2)^2 + 3$

Puede graficar más funciones con cambios de coordenadas con este script de SageMath.

Diremos que una función $f(x)$ es *afín* si es de la forma

$$f(x) = mx + b.$$

Muchas veces, a estas funciones también se les llama *lineales;* pero este término no es del todo correcto.

Diremos que una función $f(x)$ es *afín* si es de la forma

$$f(x) = mx + b.$$

Muchas veces, a estas funciones también se les llama *lineales;* pero este término no es del todo correcto.

La gráficas de este tipo de funciones se llaman *rectas*; al coeficiente m se le llama *pendiente* y a la constante b, ordenada al origen.

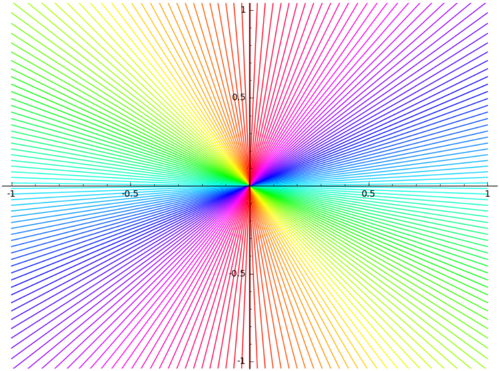


Figura 7.1: Colección de líneas rectas

La gráficas de este tipo de funciones se llaman *rectas;* al coeficiente m se le llama *pendiente* y a la constante b, ordenada al origen.

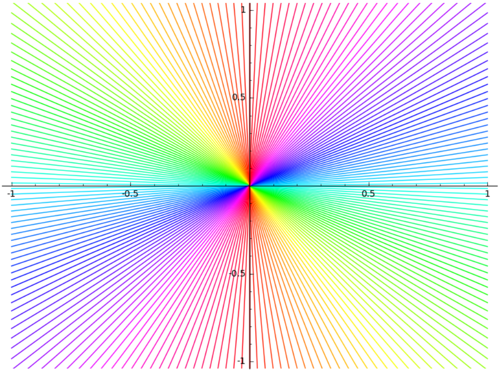


Figura 7.1: Colección de líneas rectas

La gráficas de este tipo de funciones se llaman *rectas;* al coeficiente m se le llama *pendiente* y a la constante b, ordenada al origen.

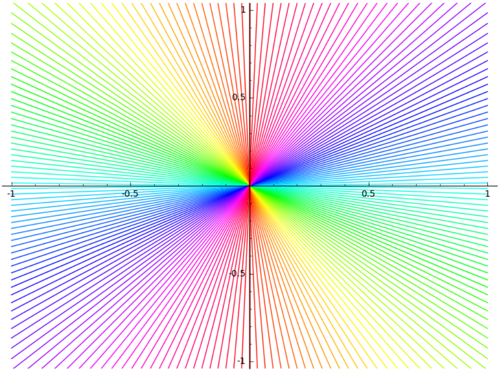


Figura 7.1: Colección de líneas rectas

Si la pendiente m es positiva, la recta es *creciente.*

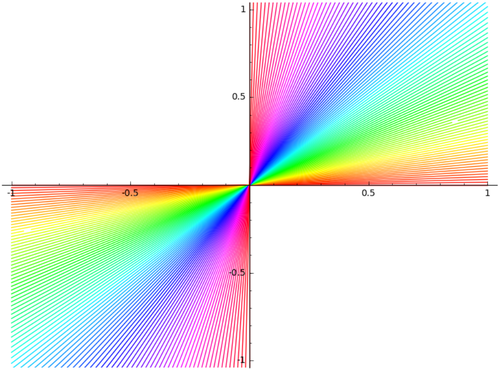


Figura 7.2: Rectas con pendiente positiva

Si la pendiente m es negativa, la recta es *decreciente.*

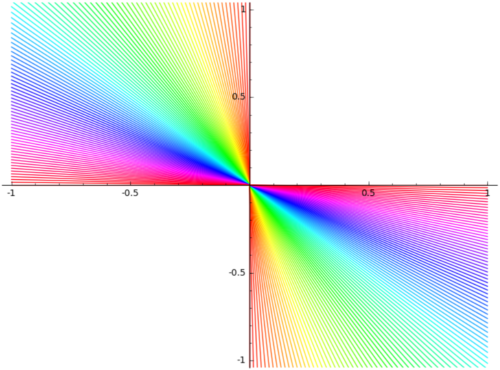


Figura 7.3: Rectas con pendiente negativa

Si sabemos que la recta pasa por los puntos $P_0 = (x_0, y_0)$ y $P_1 = (x_1, y_1)$, entonces la pendiente de la recta está dada por

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}.$$

Ejemplo 7.1.

Determine la pendiente de la recta que pasa por los punto $(-2, 3)$ y $(1, 8)$.

Si sabemos que la recta tiene pendiente m y pasa por el punto $Q = (a, b)$, entonces la ecuación de la recta está dada por

$$y = m * (x - a) + b.$$

Ejemplo 7.2.

1. Determine la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-2, 3)$ con pendiente $m = \frac{5}{3}$.
2. Determine la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1, 8)$ con pendiente $m = \frac{5}{3}$.

Ejemplo 7.3.

Determine la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-2,-5)$ y $(3,2)$.

Observación 7.1.

Si la ecuación de la recta $y = mx + b$ se reescribe como

$$Ax + By + C = 0,$$

diremos que la ecuación está en su *forma general*. Siempre preferiremos que los coeficientes A, B, C sean enteros, de ser posible.

Observación 7.1.

Si la ecuación de la recta $y = mx + b$ se reescribe como

$$Ax + By + C = 0,$$

diremos que la ecuación está en su *forma general*. Siempre preferiremos que los coeficientes A, B, C sean enteros, de ser posible.

Ejemplo 7.4.

Reescriba la ecuación

$$y = \frac{3}{2}x + \frac{7}{5}$$

en su forma normal, con coeficientes enteros.