

Індивідуальна робота №1 з теорії ймовірностей і математичної статистики

Модуль "Випадкові події". Спеціальність «Математика», «Інформатика».

номер по журналу а	1–5	6–10	11–15	16–27
варіант	1	2	3	4
підставити замість N	N=a	N= a – 5	N=a – 10	N = a – 15

1

Варіант №1.

Завдання до теми "Операції над випадковими подіями. Означення ймовірності".

- Кинуто два гральні кубики. Подія А – сума чисел на верхніх гранях дорівнює N+4. В – на другому кубіку випало число 3. Опишіть такі події: $\overline{A}$, $\overline{B}$, AB , $\overline{AB}$, $A\overline{B}$, $\overline{A} \cdot \overline{B}$, $\overline{AB}$, $A + B$, $\overline{A + B}$, $\overline{A + B}$. Які з цих подій однакові та чому?
- Довести, що для будь-яких випадкових подій А, В, С виконується, що $A+(B+C)=(A+B)+C$
- Набираючи номер телефону, абонент забув останні три цифри і, пам'ятаючи лише, що ці цифри різні, набрав їх навмання. Знайти ймовірність того, що набрано потрібні цифри.
- Стержень завдовжки N+20 см розрізають на дві частини. Знайти ймовірність того, що менша з частин, на які він поділяється, має довжину не меншу, як (N+10)/10.
- У магазині протягом місяця досліджувалась частота попиту на чоловічі костюми за їхніми розмірами. Результати дослідження згруповано та подано у таблиці. Знайти відносні частоти (статистичні ймовірності) попиту за розмірами. Замовлено партію 4000 костюмів. Розподілити замовлення згідно розмірів і отриманих відносних частот покупки.

розмір 46	48	50	52	54	56
частота N+50	N+60	N+90	N+110	N+70	N+40

Завдання до теми "Властивості ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формула Байєса"

- Перша партія деталей складається з N+35 стандартних деталей і 9 нестандартних, друга – з 15+N стандартних і 8 нестандартних, третя – з 25+N і 5 нестандартних деталей. З кожної партії беруть по одній деталі. Знайти ймовірність того, що серед узятих 1) тільки одна стандартна, 2) не менше, ніж дві стандартні.
- На стелажі бібліотеки у випадковому порядку розставлено 35+ N підручників, причому N+5 з них у переплетенні. бібліотекар навмання бере три підручники. Знайти ймовірність того, що хоча б один із взятих підручників виявиться у переплетенні (подія А).
- Знайти ймовірність $P(A \cdot \overline{B})$ за даними ймовірностями $P(A) = 1/(2+N)+a$, $P(B)=v$, $P(A+B)=c$.
- В спеціалізовану лікарню надходять в середньому 60+N % хворих з захворюванням К, 30-N % – з захворюванням М, 10 % – з захворюванням Т. Ймовірність повного одужання з захворюванням К рівна 0,6; для хвороб М і Т ці ймовірності відповідно рівні 0,9 і 0,8. Хворий, що потрапив у лікарню, був виписаний здоровим. Знайти ймовірність того, що цей хворий страждав захворюванням К.
- Виріб контролюється одним з двох товарознавців. Перший контролює (70+N)%, а другий – решту виробів. Ймовірність не допуститися помилки для першого 0,9; для другого – (N+2)/(N+6). Під час контролю виробу помилку не виявлено. Яка ймовірність того, що контроль здійснював другий товарознавець?

Завдання до теми "Повторні незалежні випробування за схемою Бернуллі"

- Знайти ймовірність того, що з 1500+N зернин проросте 1000+N зернин, якщо ймовірність проростання однієї зернини рівна 0,8.
- Ймовірність появи події в кожному з 800+5N незалежних випробувань рівна 0,8. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхиляється від його ймовірності за абсолютною величиною не більше ніж на 0,04.
- Частка довгих волокон у партії бавовни становить в середньому 0,8 загальної кількості волокон. Скільки потрібно взяти волокон, щоб найімовірніше число довгих волокон серед них дорівнювало 60+N? Знайти ймовірність того, що з розрахованої кількості волокон саме 60+N буде довгих.
- Пристрій складається з 3000 елементів, які працюють незалежно один від одного. Ймовірність відмови будь-якого елемента протягом час Т рівна 0,002. Знайти ймовірність того, що за час Т відмовлять рівно N+1 елементів.

- (можуть бути нараховані додаткові бали) Запропонувати приклади стохастичного експерименту для проведення його з учнями у школі, студентами в аудиторії. Описати прийоми отримання теоретичних ймовірностей для результатів даного експерименту.

Індивідуальна робота №1 з теорії ймовірностей і математичної статистики

Модуль "Випадкові події". Спеціальність «Математика», «Інформатика».

номер по журналу	a	1 – 5	6 – 10	11 – 15	16 – 27
варіант		1	2	3	4
підставити замість N	N=a	N=a – 5	N=a – 10	N = a – 15	

2

Варіант №2.

Завдання до теми "Операції над випадковими подіями. Означення ймовірності".

- Двоє стріляють по одній мішені по одному разу. Подія A – влучив перший, B – в мішені одна пробоїна. Опишіть такі події: $\overline{A}$, $\overline{B}$, AB , $\overline{AB}$, $A\overline{B}$, $\overline{A}B$, $A+B$, $\overline{A+B}$, $A+B$, $\overline{A \cdot B}$. Які з цих подій однакові і чому?
- У партії з $N+30$ виробів $N+1$ – першого сорту, 5 – другого сорту, 3 – третього сорту. Решта браковані. Знайти ймовірність того, що серед взятих 6 виробів знайдеться 3 – першого сорту, дві – третього сорту, одна бракована?
- У середині круга з радіусом $N+3$ вибирається навмання точка. Знайти ймовірність того, що точка виявиться всередині вписаного у круг правильного многокутника, що має $N+2$ сторони.
- Відділ технічного контролю виявив $N+5$ бракованих книг у партії з випадково відібраних $200+N$ книг. Знайти відносну частоту появи бракованих книг. Скільки книг потрібно взяти, щоб серед них було 50 стандартних?
- Нехай p , q , r – задані числа. За яких умов знайдеться імовірнісний простір та події A , B на ньому такі, що $P(A) = p$, $P(B) = q$, $P(A \cap B) = r$?

Завдання до теми "Властивості ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формула Байєса"

- У цеху є три резервні мотори, для кожного з яких ймовірність бути ввімкненим у даний момент дорівнює $N/(N+30)$. Знайти ймовірність того, що в даний момент ввімкнено 1) принаймні два мотори, 2) один мотор.
- Довести, що добуток ймовірностей протилежних подій не перевищує 0,25.
- Є три партії деталей по $30+N$ деталей у кожній. Число стандартних деталей у першій, другій і третій партіях відповідно рівне $N+15$, $N+10$, $N+5$. З навмання вибраної партії витягнута деталь, яка виявилася стандартною. Деталь повертають в партію і повторно з цієї ж партії навмання витягують деталь, яка також виявилася стандартною. Знайти ймовірність того, що деталі були вибрані з третьої партії.
- На складі зберігаються, $(70-N)\%$ яких виготовлено на заводі №1, а решта – на заводі № 2. Ймовірність того, що кінескоп витримає гарантійний термін, дорівнює 0,9 для заводу №2 і 0,8 для заводу № 1. Знайти ймовірність того, що навмання взятий кінескоп: 1) не витримає гарантійного терміну; 2) витримає гарантійний термін.
- В піраміді $10+N$, з яких $2+N$ мають оптичний приціл. Ймовірність того, що стрілець влучить у мішень при вистрілі з гвинтівки з оптичним прицілом рівна 0,95; для гвинтівки без оптичного прицілу ця ймовірність рівна 0,7. Стрілець влучив у мішень з навмання взятої гвинтівки. Що ймовірніше: стрілок стріляв з гвинтівки з оптичним прицілом чи без нього?

Завдання до теми "Повторні незалежні випробування за схемою Бернуллі"

- Два рівносильних суперники грають в шахи. Що ймовірніше: а) виграти одну партію з двох чи дві з чотирьох? б) виграти не менше двох партій з чотирьох чи не більше трьох партій з п'яти? Нічий до уваги не приймаються.
- Ймовірність завезення партії неякісної продукції дорівнює $(N+1)/(N+20)$. Завезено 200 партій продукції. Яка ймовірність того, що серед них від 13 до 100 партій є неякісними? Знайти найімовірніше число партій завезення бракованих товарів та ймовірність цієї події.
- Відділ технічного контролю перевіряє на стандартність $800+10N$ деталей. Ймовірність того, що деталь стандартна, рівна 0,8. Знайти з ймовірністю 0,95 межі, в яких буде знаходитися число x стандартних деталей серед перевірених.
- Верстат-автомат штампує деталі. Ймовірність того, що виготовлена деталь виявиться бракованою, рівна 0,01. Знайти ймовірність того, що серед 400 деталей виявиться рівно $3+N$ бракованих.

- (можуть бути нараховані додаткові бали) Запропонувати приклади стохастичного експерименту для проведення його з учнями у школі, студентами в аудиторії. Описати прийоми отримання теоретичних ймовірностей для результатів даного експерименту.

Індивідуальна робота №1 з теорії ймовірностей і математичної статистики

Модуль "Випадкові події". Спеціальність «Математика», «Інформатика».

номер по журналу	а	1 – 5	6 – 10	11 – 15	16 – 27
варіант		1	2	3	4
підставити замість N	N=a	N=a – 5	N=a – 10	N = a – 15	

3

Варіант №3

- Магазин протягом дня може отримувати товари від двох фірм. А – перша фірма привезла власний товар. В – протягом дня зроблено поставку товару лише від однієї фірми. Опишіть такі події:
 $\overline{A}$, $\overline{B}$, AB , $\overline{AB}$, $A\overline{B}$, $\overline{A}B$, $A+B$, $\overline{A+B}$, $\overline{A}+\overline{B}$, $\overline{A+B}$, $\overline{A} \cdot \overline{B}$.
 Які з цих подій однакові і чому?
- В коробці N+8 однакових деталей. Причому чотири з них пофарбовані. Навмання виймають три деталі. Знайти ймовірність того, що серед двох вийнятих деталей виявиться: а) одна пофарбована деталь, б) дві пофарбовані деталі; в) хоча б одна пофарбована?
- В сигналізатор надходять сигнали від двох пристроїв, причому надходження кожного з сигналів рівноможливе в будь-який момент проміжку часу $N + 25$. Моменти надходження сигналів незалежні один від одного. Сигналізатор спрацьовує, якщо різниця між моментами надходження сигналів менша N+7. Знайти ймовірність того, що сигналізатор спрацьовує за час N+25, якщо кожен з пристроїв надсилає по одному сигналу.
- При випробуванні партії приладів виявилось, що відносна частота їх придатності рівна 0,9. Знайти число придатних приладів, якщо всього було перевірено 300+ N приладів. Знайти об'єм додаткових коштів на ремонт, якщо для ремонту одного приладу потрібно витратити 70+ N гривень.
- Довести, що $\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$.

Завдання до теми "Властивості ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формула Байєса"

- Від вокзалу відправляють два автобуси. Ймовірність вчасного прибуття кожного з них $N/(N+5)$. Знайти ймовірність такої події: 1) обидва автобуси прибудуть вчасно, 2) обидва запізняться, 3) тільки один прибуде вчасно.
- З партії виробів товарознавець відбирає вироби вищого сорту. Ймовірність того, що навмання взятий виріб виявиться першого сорту, рівна $0,6+1/(N+10)$. Знайти ймовірність того, що з трьох перевірених виробів тільки два вироби вищого сорту.
- Знайти ймовірність $P(\overline{A} \cdot \overline{B})$ за даними ймовірностями $P(A) = a$, $P(B) = 1/(5+N)+v$, $P(A+B)=c$. (Примітка: події A і B можуть бути залежними).
- У трьох коробках містяться тенісні м'ячі: в першій 20+N м'ячів, з них 3 нових; у другій 25+ N м'ячів, з них 5 нових, і в третій 40+ N м'ячів, з них 6 нових. Навмання вибирається один м'яч з навмання взятої коробки. І він виявляється новим. Визначити ймовірність того, що взятий м'яч належить другій коробці.
- Для засівання поля використано $(75-N)\%$ насіння першого сорту, $(23+N)\%$ насіння другого сорту, 2% – третього сорту. Ймовірність того, що з насіння виросте колосок, в якому 50 зерен, для першого сорту 0,6; для другого – 0,4; для третього – 0,2. Знайти ймовірність того, що навмання взятий колосок у разі такого посіву матиме не менше як 50 зернин.

Завдання до теми "Повторні незалежні випробування за схемою Бернуллі"

- Ймовірність появи події в кожному з 200 незалежних випробувань постійна і рівна $p=0,9$. Знайти ймовірність того, що подія відбудеться не менше 90-N разів і не більше 100+N разів.
- Товарознавець оглядає 50+3N зразків товарів. Ймовірність того, що кожний із зразків буде признаним для продажу, рівна 0,8. Знайти найімовірніше число зразків, які товарознавець визнає придатними для продажу. Обчислити ймовірність події, що саме це число зразків буде відібрано.
- Завод відправив на базу 1500 виробів. Ймовірність пошкодження виробу в дорозі рівна 0,002. Знайти ймовірності того, що в дорозі буде пошкоджено N+3 вироби.
- Відділ технічного контролю перевіряє на стандартність 500+ 10N виробів. Ймовірність того, що виріб бракований, рівна 0,2. Знайти з ймовірністю 0,95 межі, в яких буде знаходитися число N+3 стандартних деталей серед перевірених.

- (можуть бути нараховані додаткові бали) Запропонувати приклади стохастичного експерименту для проведення його з учнями у школі, студентами в аудиторії. Описати прийоми отримання теоретичних ймовірностей для результатів даного експерименту.

Індивідуальна робота №1 з теорії ймовірностей і математичної статистики

Модуль "Випадкові події". Спеціальність «Математика», «Інформатика».

номер по журналу	a	1 – 5	6 – 10	11 – 15	16 – 27
варіант		1	2	3	4
підставити замість	N	N=a	N= a – 5	N=a – 10	N = a – 15

4

Варіант №4.

Завдання до теми "Операції над випадковими подіями. Означення ймовірності".

- Робітник виготовив $N+3$ деталей. Нехай подія A_i ($i=1, 2, \dots, N+3$) – полягає в тому, що i -та деталь має дефект. Записати такі події: а) ні одна з деталей не має дефектів, б) принаймні одна з деталей має дефект; в) лише одна деталь має дефект; г) не більше двох деталей мають дефекти.
- На фірмі працюють $N+20$ інженерів та $15+N$ менеджерів. Знайти ймовірність того, що у сформовану групу увійдуть $N+1$ і сім менеджерів?
- На площині накреслено два концентричні кола, радіуси яких $N+3$ і $N+7$ см відповідно. Знайти ймовірність того, що точка, кинута навмання у великий круг, потрапить також в кільце, утворене цими колами.
- У магазині протягом місяця досліджувалась частота попиту на чоловіче взуття за їхніми розмірами. Результати дослідження згруповано та подано у таблиці. Знайти відносні частоти (статистичні ймовірності) попиту за розмірами. Магазином замовлено партію 5000 пар. Розподілити замовлення згідно розмірів з урахуванням відносних частот покупки.

розмір	39	40	41	42	43
частота	$N+40$	$N+70$	$N+110$	$N+130$	$N+70$

- Довести, що з рівності $A+B=AB$ випливає, що $A=B$.

Завдання до теми "Властивості ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формула Байєса"

- В партії лотерейних квитків $N+1000$ штук є m виграшних. Гравець придбав k квитків. Знайти ймовірність того, що серед них буде принаймні один виграшний.
- Два з трьох незалежно працюючих елементів обчислювального пристрою відмовили. Знайти ймовірність того, що відмовили перший та другий елементи, якщо ймовірності відмови першого, другого і третього елементів відповідно рівні $0,2+1/(N+5)$; $0,4-1/(N+5)$; $0,3$.
- Довести, що для довільних подій A і B виконується рівність

$$P((A+B)/C) = P(A/C) + P(B/C) - P(AB/C).$$
- Число вантажних автомашин, які проїжджають по трасі, на якій стоїть бензоколонка, відноситься до числа легкових машин, які проїжджають по цьому шосе як 4:3. Ймовірність того, що буде заправлятися вантажна машина, рівна $0,1+1/(N+10)$. Для легкової машини ця ймовірність рівна $0,3$. До бензоколонки підїхала машина. Знайти ймовірність того, що це вантажна машина.
- Два автомати виготовляють однакові деталі, які надходять на спільний конвеєр. Продуктивність першого автомата втричі більша продуктивності другого. Перший автомат випускає в середньому $(70+N)\%$ деталей відмінної якості, а другий – $(94-N)\%$. Навмання взята з конвеєра деталь виявилась відмінної якості. Знайти ймовірність того, що ця деталь випущена першим автоматом.

Завдання до теми "Повторні незалежні випробування за схемою Бернуллі"

- Ймовірність появи події в кожному з незалежних випробувань рівна $0,8$. Скільки потрібно провести випробувань, щоб з ймовірністю $0,9$ можна було очікувати, що подія появиться не менше $100+N$ разів?
- Батарея здійснила шість вистрілів по об'єкту. Ймовірність попадання в об'єкт при одному вистрілі рівна $0,3+1/(N+3)$. Знайти: а) найімовірніше число попадань; б) ймовірність найімовірнішого числа попадань; в) ймовірність того, що об'єкт буде зруйновано, якщо для цього досить хоча б двох попадань.
- Підручник виданий тиражем 5000 екземплярів. Ймовірність того, що підручник зброшурований неправильно, рівна $0,001$. Знайти ймовірність того, що тираж містить $5+N$ бракованих книг.
- Ймовірність народження хлопчика рівна $0,51$. Знайти ймовірність того, що серед 400 новонароджених виявиться $200+N$ хлопчиків.
- (додаткові бали) Запропонувати приклад стохастичного експерименту для проведення його з учнями у школі, студентами в аудиторії. Описати прийоми отримання теоретичних ймовірностей для результатів даного експерименту.