МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

Запорізький національний технічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА ЗАВДАННЯ

до самостійних робіт
з курсу
„Теорія ймовірностей”

для студентів напряму підготовки 6.040303 „Системний аналіз”
галузі знань 0403 „Системні науки та кібернетика”
денної форми навчання

Частина 1

Тема 1 Ймовірність випадкових подій

Тема 2 Послідовності випробувань

2011

Методичні вказівки та завдання до самостійних робіт з курсу „Теорія ймовірностей” для студентів напряму підготовки 6.040303 „Системний аналіз” галузі знань 0403 „Системні науки та кібернетика” денної форми навчання Ч.1. Тема 1. Ймовірність випадкових подій. Тема 2. Послідовності випробувань /Укл.: А.В.Савранська, О.В.Корнєєва, А.О.Кузьменко, О.В.Кривцун. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2011. – 59 с.

Методичні вказівки містять теоретичні відомості, індивідуальні завдання до самостійних робіт та приклади їх виконання з курсу „Теорія ймовірностей” для студентів напряму підготовки 6.040303 „Системний аналіз” галузі знань 0403 „Системні науки та кібернетика” денної форми навчання Ч.1. Тема1. Ймовірність випадкових подій. Тема2. Послідовності випробувань.

Укладачі: А.В. Савранська, доцент,
О.В. Кривцун, асистент,
О.В. Корнєєва, асистент,
А.О. Кузьменко, асистент.

Рецензенти: В.П. Пінчук, доцент,
О.І. Денисенко, доцент.

Відповідальний
за випуск: Г.В. Корніч, професор.

Затверджено
на засіданні кафедри
системного аналізу та
обчислювальної математики
протокол № 10 від 25.06.11 р.

ЗМІСТ

1 Лабораторна робота №1 Ймовірність випадкових подій.....4
1.1 Алгебра подій.....4
1.2 Означення подій.....4
1.3 Означення та властивості ймовірності та частості.....5
1.4 Основні теореми теорії ймовірностей.....6
1.5 Формули повної ймовірності та Байєса.....8
1.6 Приклади розв'язання задач.....9
1.7 Варіанти самостійного завдання №1.....14
1.8 Варіанти самостійного завдання №2.....19
1.9 Варіанти самостійного завдання №3.....21
1.10 Варіанти самостійного завдання №4.....24
1.11 Варіанти самостійного завдання №5.....26
1.12 Варіанти самостійного завдання №6.....29
1.13 Варіанти самостійного завдання №7.....31
1.14 Варіанти самостійного завдання №8.....34
2 Лабораторна робота №2 Послідовності випробувань.....38
2.1 Схема та формула Бернуллі.....38
2.2 Локальна та інтегральна теореми Лапласа.....39
2.3 Відхилення відносної частоти від постійної ймовірності в незалежних випробуваннях.....40
2.4 Найімовірніше число появ події в незалежних випробуваннях.....40
2.5 Теорема Пуассона.....41
2.6 Приклади розв'язання задач.....41
2.7 Варіанти самостійного завдання №1.....46
2.8 Варіанти самостійного завдання №2.....49
2.9 Варіанти самостійного завдання №3.....51
2.10 Варіанти самостійного завдання №4.....54
3 Література.....56
Додаток А Таблиці…….....58
А.1 Таблиця значень щільності стандартного нормального розподілу ……..……58
А.2 Таблиця значень функції Лапласа……59

1 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

ЙМОВІРНІСТЬ ВИПАДКОВИХ ПОДІЙ

1.1 Алгебра подій

Розглянемо деякий дослід, у результаті якого може з'явитися або не з'явитися подія A, та такий, що він може реалізуватися у певних умовах скільки завгодно разів. Такі досліди називаються ***випробуваннями***.

Події бувають достовірні, випадкові та неможливі.

Достовірною називають таку подію, яка при розглянутих умовах обов'язково трапиться.

Неможливою називають таку подію, яка при розглянутих умовах не може трапитися.

Випадковою називають таку подію, яка при умовах, що розглядаються, може трапитися, а може і не трапитися.

Якщо досліджувати випадкову подію багато разів при однакових умовах, то можна виявити певну закономірність її появи або непояви. Таку закономірність називають ***імовірною закономірністю масових однорідних випадкових подій***.

1.2 Означення подій

Означення 1.2.1 Події називають ***несумісними***, якщо поява однієї з них виключає появу інших подій в одному і тому ж випробуванні.

Означення 1.2.2 Події називають ***сумісними***, якщо поява однієї з них не виключає можливості появи інших.

Означення 1.2.3 Випадкові події $A_1, A_2, \ldots, A_n$ утворюють повну групу подій, якщо внаслідок випробування хоча б одна з них з'явиться обов'язково.

Означення 1.2.4 Події називають ***рівноможливими***, якщо немає причин стверджувати, що будь-яка з них можливіша за інші.

Означення 1.2.5 Дві несумісні події, які утворюють повну групу, називають ***протилежними***.

Означення 1.2.6 ***Елементарними наслідками*** називають такі події, які неможливо розділити на більш прості. Множину усіх можливих елементарних наслідків називають ***простором елементарних наслідків.***

1.3 Означення та властивості ймовірності та частості

Означення 1.3.1 ***(Класичне) Ймовірність*** A дорівнює відношенню числа елементарних наслідків, які сприяють появі події A, до загального числа усіх єдиноможливих та рівноможливих елементарних наслідків.

Ймовірність події A позначають $P(A)$. За Означенням 7

$$P(A)=\frac{m}{n}, \tag{1.1}$$

де m - число елементарних наслідків, що сприяють події A, n - число усіх єдиноможливих та рівноможливих наслідків.

Класичне означення ймовірності має місце лише тоді, коли m та n скінчені, усі елементарні наслідки рівноможливі.

Якщо множина елементарних наслідків нескінчена і, як наслідок, займає деяку область G, а події A сприяє лише частина $g \in G$, то обчислення ймовірності події A виконують згідно геометричного означення ймовірності.

Означення 1.3.2 ***(Геометричне) Ймовірність події*** дорівнює відношенню міри g до міри G

$$P(A)=\frac{m(g)}{n(G)}. \tag{1.2}$$

Означення 1.3.3 ***Відносною частотою або частістю події*** A називається відношення числа випробувань, у яких подія A з'явилась, до числа фактично виконаних випробувань.

Відносну частоту події A позначають $W(A)$ або $p_n(A)$. Отже,

$$p_n(A)=W(A)=\frac{m}{n},$$

де m - кількість випробувань, у яких з'явилась подія A, n - кількість усіх випробувань.

Означення 1.3.4 ***Статистична ймовірність*** – це відносна частота (частість) або число, близьке до неї.

Основні властивості ймовірності:

а) якщо подія A достовірна, то її ймовірність дорівнює одиниці, тобто $P(A)=1$;

б) якщо подія A неможлива, то її ймовірність дорівнює нулю, тобто $P(A)=0$;

в) якщо подія A випадкова, то її ймовірність задовольняє співвідношення $0<P(A)<1$;

г) ймовірності еквівалентних подій рівні, тобто, якщо $A=B$, то $P(A)=P(B)$;

д) ймовірності події A та протилежної події $\overline{A}$ задовольняють співвідношенню:

$$P(A)=1-P(\overline{A}). \tag{1.3}$$

1.4 Основні теореми теорії ймовірностей

Теорема 1.4.1 Ймовірність об'єднання двох випадкових несумісних подій дорівнює сумі їх ймовірностей

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B) \tag{1.4}$$

Теорема 1.4.2 Якщо випадкові події $A_1, A_2, \ldots, A_n$ попарно несумісні, то ймовірність появи хоча б однієї з цих подій дорівнює сумі їх ймовірностей

$$P(A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n). \tag{1.5}$$

Теорема 1.4.3 Сума ймовірностей повної групи випадкових подій дорівнює одиниці

$$P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n)=1 \tag{1.6}$$

Означення 1.4.4 Випадкові події **A** та **B** називають ***залежними***, якщо ймовірність появи однієї з них залежить від появи або непояви другої події.

Якщо ймовірність появи однієї події не залежить від появи або непояви другої, то такі події називають ***незалежними***.

Означення 1.4.5 Ймовірність події B, обчислену при умові появи події A, називають ***умовною ймовірністю*** події B і позначають $\mathbf{P(B|A)}$ або $\mathbf{P_A(B)}$.

Теорема 1.4.6 Ймовірність сумісної появи двох випадкових подій A та B дорівнює добутку ймовірності другої події при умові, що перша подія з'явилася

$$\mathbf{P(A\cdot B)=P(A)\cdot P_A(B)=P(B)\cdot P_B(A)} \qquad (1.7)$$

Співвідношення (1.7) називають **формулою множення ймовірностей залежних випадкових подій.**

У випадку незалежних випадкових подій A та B формула (1.7) приймає вигляд

$$\mathbf{P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)} \qquad (1.8)$$

і називається **формулою множення ймовірностей незалежних випадкових подій.**

Нехай є n сумісних випадкових подій $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Позначимо через A подію, яка полягає в тому, що з'явиться хоча б одна з цих подій. Тоді подія $\overline{A}$ полягає в тому, що події $A_1, A_2, \ldots, A_n$ не з'являться, тобто $\overline{A}=\overline{A}_1\cdot\overline{A}_2\cdot\ldots\cdot\overline{A}_n$. Події A та $\overline{A}$ утворюють повну групу подій, тому

$$\mathbf{P(A)+P(\overline{A})=1 \;\Rightarrow\; P(A)=1-P(\overline{A})} \qquad (1.9)$$

Звідси одержуємо

$$\mathbf{P(A)=1-P(\overline{A}_1\cdot\overline{A}_2\cdot\ldots\cdot\overline{A}_n)} \qquad (1.10)$$

Теорема 1.4.7 Якщо випадкові події A та B сумісні, то ймовірність їх об'єднання дорівнює сумі їх ймовірностей без ймовірності їх сумісної появи, тобто

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) \tag{1.11}$$

1.5 Формули повної ймовірності та Байєса

Теорема 6. Якщо випадкова подія A може з'явиться лише сумісно з однією із несумісних між собою подій $B_1, B_2, \ldots, B_n$, що утворюють повну групу, тоді ймовірність події A обчислюються за формулою:

$$P(A) = \sum_{k=1}^{n} P(B_k) P_{B_k}(A) \tag{1.12}$$

Формулу (1.12) називають ***формулою повної ймовірності.***

В умовах теореми 6 невідомо, з якою подією із несумісних подій $B_1, B_2, \ldots, B_n$ з'явиться подія A. Тому кожну з подій $B_1, B_2, \ldots, B_n$ можна вважати гіпотезою. Тоді $P(B_k)$ - ймовірність k-ої гіпотези.

Якщо випробування проведено і в результаті його подія A з'явилася, то умовна ймовірність $P_A(B_k)$ може не дорівнювати $P(B_k)$. Порівняння ймовірностей $P(B_k)$ та $P_A(B_k)$ дозволяє переоцінити ймовірність гіпотези при умові, що подія A з'явилася.

Для одержання умовної ймовірності використовуємо теорему множення ймовірностей залежних подій

$$P(AB_k) = P(B_k) P_{B_k}(A) = P(A) P_A(B_k) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow P_A(B_k) = \frac{P(B_k) P_{B_k}(A)}{P(A)} \tag{1.13}$$

Підставимо в формулу (1.13) замість $P(A)$ її значення з формули повної ймовірності. Одержимо

$$P_A(B_k) = \frac{P(B_k)P_{B_k}(A)}{\sum_{k=1}^{n} P(B_k)P_{B_k}(A)} \qquad (1.14)$$

Формули (1.13), (1.14) називають ***формулами Байеса***.

1.6 Приклади розв'язання задач

Приклад 1.6.1 Стрілець стріляє двічі по мішені. Описати простір елементарних наслідків. Записати події, які полягають в наступному:

а) **C** – стрілець влучив в мішень принаймні один раз;

б) **D** – стрілець влучив рівно один раз;

в) **F** – стрілець не влучив в мішень.

Розв'язання. Позначимо:

− подія **A** – влучення при першому пострілі,

− подія **B** – влучення при другому пострілі.

Простір елементарних наслідків складається з чотирьох подій

$$\Omega = \{AB, A\overline{B}, \overline{A}B, \overline{A}\,\overline{B}\}.$$

а) якщо стрілець влучив у мішень принаймні один раз, то це означає, що він влучив або при першому пострілі $A\overline{B}$, або при другому пострілі $\overline{A}B$, або при обох AB.

Тобто, $C = AB \cup A\overline{B} \cup \overline{A}B$.

б) рівно одне влучення може бути тільки тоді, коли стрілець при першому пострілі влучив, а при другому ні, або при першому пострілі не влучив, а при другому – влучив.

Тому, $B = A\overline{B} \cup \overline{A}B$.

в) якщо стрілець не влучив у мішень, то це означає, що він не влучив при обох пострілах.

Тобто, $F = \overline{A}\,\overline{B}$.

Приклад 1.6.2 В урні 6 однакових за розміром куль: 2 червоні, 3 сині, 1 біла. Знайти ймовірність появи червоної кулі, якщо беруть одну кулю з урни навмання.

Розв'язання. Нехай подія A – навмання взята червона куля. З урни можна взяти будь-яку кулю з шести, тому усіх можливих наслідків 6 ($n=6$). Для появи червоної кулі сприяти будуть лише 2 кулі, тому $m=2$. За формулою (1.1) одержуємо

$$P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}.$$

Приклад 1.6.3 Відділ технічного контролю серед 100 виробів виявив 8 нестандартних. Чому дорівнює відносна частота появи нестандартних виробів?

Розв'язання. Позначимо через A таку подію, як поява нестандартного виробу. Тоді за означенням частості події A одержимо

$$W(A)=\frac{8}{100}=0{,}08.$$

Приклад 1.6.4 Студенти другого курсу згідно учбового плану вивчають 10 дисциплін. На один день можна планувати заняття з 4 дисциплін. Скількома способами можна скласти розклад занять на один день?

Розв'язання. Усі можливі розклади занять на один день – це сполуки з 10 по 4, які можуть відрізнятися дисциплінами або їх порядком, тобто ці сполуки – розміщення. Кількість таких розміщень буде

$$A_{10}^{4}=10\cdot 9\cdot 8\cdot 7=5040.$$

Приклад 1.6.5 У кошику 4 яблука першого сорту та 5 яблук другого сорту. Навмання беруть 2 яблука. Знайти ймовірність того, що будуть взяті яблука різних сортів.

Розв'язання. Нехай подія A – навмання взяті 2 яблука різних сортів.

Всього яблук 9, з них сполучень по 2 буде $n=C_9^2$ - кількість усіх можливих наслідків.

Події A будуть сприяти сполуки, утворені з пар, елементами яких будуть яблука різних сортів. Згідно принципу добутку кількість таких пар буде дорівнювати $m=C_4^1\cdot C_5^1$.

Використовуючи класичне означення ймовірності, одержимо шукану ймовірність події A

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{C_4^1\cdot C_5^1}{C_9^2}=\frac{5}{54}.$$

Приклад 1.6.6 Ймовірність влучення стрілком у першу область мішені дорівнює 0,45, у другу область – 0,35, у третю 0,15. Знайти ймовірність того, що при одному пострілі стрілок влучить у першу або другу області мішені.

Розв'язання. Позначимо за подію A_1 - влучення в першу область мішені; за подію A_2 - влучення у другу область мішені.

При одному пострілі події A_1 і A_2 несумісні. Тому ймовірність влучення в першу або другу області мішені буде

$$P(A_1\cup A_2)=P(A_1)+P(A_2)=0{,}45+0{,}35=0{,}8.$$

Приклад 1.6.7 У деякому людському суспільстві 70% палять, 40% хворіють на рак легенів та 25% палять та мають рак легенів.

Знайти ймовірність того, що навмання взята особа з цього суспільства:

а) не палить, але має рак легенів;

б) палить, але не має раку легенів;

в) ніколи не палить і не має раку легенів;

г) палить і має рак легенів;

д) або палить або має рак легенів.

Розв'язання. Позначимо події: **A** - особа палить; **B** - особа хворіє на рак легенів. Тоді за умовою задачі маємо

$$P(A)=0{,}7,\ P(B)=0{,}4,\ P(A\cdot B)=0{,}25\ \Rightarrow P(\bar{A})=0{,}3,\ P(\bar{B})=0{,}6.$$

а) $P(A\cdot B)=0{,}3\cdot 0{,}4=0{,}12$;

б) $P(A\cdot\bar{B})=0{,}7\cdot 0{,}6=0{,}42$;

в) $P(\bar{A}\cdot\bar{B})=0{,}3\cdot 0{,}6=0{,}18$;

г) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(\bar{A}\cup\bar{B})=0{,}7+0{,}4-0{,}18=0{,}92$;

д) $P(A\cdot\overline{B}\cup\overline{A}\cdot B)=P(A\cdot\overline{B})+P(\overline{A}\cdot B)=0{,}42+0{,}12=0{,}54$.

Приклад 1.6.8 Ймовірність влучення у мішень першого стрілка дорівнює 0,7, другого стрілка – 0,8, а третього стрілка – 0,9.

Знайти ймовірність влучення у мішень хоча б одного стрілка.

Розв'язання. Позначимо події:

− A_1 – у мішень влучив перший стрілок;

− A_2 – у мішень влучив другий стрілок;

− A_3 – у мішень влучив третій стрілок;

− A – у мішень влучив хоча б один стрілок.

За умовою задачі події A_1, A_2 та A_3 незалежні, тому події $\overline{A}_1$, $\overline{A}_2$ та $\overline{A}_3$ також незалежні.

Згідно формули (1.10) та формули множення ймовірностей незалежних подій маємо

$$P(A)=1-P(\overline{A}_1\cdot\overline{A}_2\cdot\overline{A}_3)=1-P(\overline{A}_1)\cdot P(\overline{A}_2)\cdot P(\overline{A}_3).$$

Оскільки

$$P(\overline{A}_1)=1-0{,}7=0{,}3;\ P(\overline{A}_2)=1-0{,}8=0{,}2;\ P(\overline{A}_3)=1-0{,}9=0{,}1,$$

то одержимо

$$P(A)=1-0{,}3\cdot 0{,}2\cdot 0{,}1=1-0{,}006=0{,}994.$$

Приклад 1.6.9 У залежності від наявності сировини підприємство може виробити та відправити замовникам щодобово кількість певної продукції від 1 до 100.

Яка ймовірність того, що одержану кількість продукції можна розподілити без залишку

а) трьом замовникам;

б) чотирьом замовникам;

в) дванадцяти замовникам;

г) трьом або чотирьом замовникам?

Розв'язання. Позначимо події:

− A – одержана кількість виробів ділиться на 3 без залишку;

– B – одержана кількість виробів ділиться на 4 без залишку;

Використовуючи класичне означення ймовірності, знаходимо

а) $P(A)=\frac{33}{100}$; б) $P(B)=\frac{25}{100}$; в) $P(A\cdot B)=\frac{8}{100}$.

Події $\mathbf{A}$ і $\mathbf{B}$ – сумісні, тому за формулою (1.7) одержимо

г) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)=\frac{33}{100}+\frac{25}{100}-\frac{8}{100}=\frac{1}{2}$.

Приклад 1.6.10 У першому ящику 20 деталей, з яких 15 стандартних. У другому ящику 10 деталей, з яких 9 стандартних. З другого ящику беруть навмання одну деталь і перекладають її до першого ящику. Знайти ймовірність того, що взята після цього навмання з першого ящика деталь стандартна.

Розв'язання: Позначимо такі події:

– $\mathbf{A}$ – з першого ящика взято стандартну деталь;

– $\mathbf{B_1}$ – з другого ящика переклали до першого стандартну деталь;

– $\mathbf{B_2}$ – з другого ящика переклали до першого нестандартну деталь.

Згідно з умовою задачі, з першого ящика можна взяти деталь лише після того, як здійсниться подія $\mathbf{B_1}$ або подія $\mathbf{B_2}$.

Події $\mathbf{B_1}$ і $\mathbf{B_2}$ несумісні, а подія $\mathbf{A}$ може з'явитись лише сумісно з однією із них. Тому для знаходження ймовірності події $\mathbf{A}$ можна використати формулу повної ймовірності (1.12), яка в даному випадку приймає вигляд

$$P(A)=P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A).$$

Знайдемо потрібні ймовірності

$$P(B_1)=\frac{9}{10};\ P(B_2)=\frac{1}{10};\ P_{B_1}(A)=\frac{16}{21};\ P_{B_2}(A)=\frac{15}{21}.$$

Підставимо ці значення у формулу повної ймовірності і одержимо

$$P(A) = \frac{9}{10} \cdot \frac{16}{21} + \frac{1}{10} \cdot \frac{15}{21} = \frac{53}{70}.$$

Приклад 1.6.11 Деталі, виготовлені цехом заводу, попадають для перевірки їх стандартності до одного з двох контролерів. Ймовірність того, що деталь попаде до першого контролера, дорівнює 0.6, а до другого – 0.4. Ймовірність того, що придатна деталь буде признана стандартною першим контролером, дорівнює 0.94, а другим – 0.98.

Придатна деталь при перевірці признана стандартною. Знайти ймовірність того, що деталь перевіряв перший контролер.

Розв'язання. Позначимо такі події:

- **A** – придатна деталь признана стандартною;
- $\mathbf{B_1}$ – деталь перевіряв перший контролер;
- $\mathbf{B_2}$ - деталь перевіряв другий контролер.

За умовою прикладу

$$P(B_1) = 0.6;\ P(B_2) = 0.4;\ P_{B_1}(A) = 0.94;\ P_{B_2}(A) = 0.98.$$

За формулою Байєса при $k = 2$ одержимо

$$P_A(B_1) = \frac{P(B_1) P_{B_1}(A)}{P(B_1) P_{B_1}(A) + P(B_2) P_{B_2}(A)} = \frac{0.6 \cdot 0.94}{0.6 \cdot 0.94 + 0.4 \cdot 0.98} = 0.59.$$

1.7 Варіанти самостійного завдання №1

1.7.1 Зроблено два постріли з гармати в ціль. Подія $\mathbf{A_k}$ – (влучення при $\mathbf{k}$-му пострілі); ($\mathbf{k = 1,2}$); подія $\overline{\mathbf{A}}_\mathbf{k}$ – (промах при $\mathbf{k}$-му пострілі); ($\mathbf{k = 1,2}$). Виразити через $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A_2}$, $\overline{\mathbf{A}}_\mathbf{1}$, $\overline{\mathbf{A}}_\mathbf{2}$:

а) **B** – одне влучення в мішень при двох пострілах;

б) **C** – два влучення при двох пострілах;

в) **D** – хоча б одне влучення в мішень при 2 пострілах;

г) ***E*** – жодного влучення при 2 пострілах.

1.7.2 Нехай $\mathbf{A, B, C}$ – три події, які спостерігаються в експерименті. Виразити в алгебрі подій наступні події:

- $\mathbf{E_1}$ – відбудеться одне з $\mathbf{A, B, C}$;
- $\mathbf{E_2}$ – з $\mathbf{A, B, C}$ відбудеться хоча б одне;
- $\mathbf{E_3}$ – з $\mathbf{A, B, C}$ не відбудеться жодного;
- $\mathbf{E_4}$ – з $\mathbf{A, B, C}$ відбудеться рівно 2.

1.7.3 Зроблено 3 постріли з гармати в ціль. Подія $\mathbf{A_k}$ – (влучення при $\mathbf{k}$-му пострілі). Записати в алгебрі подій наступні події:

а) А – рівно одне влучення; б) $\mathbf{B}$ – хоча б одне влучення;
в) $\mathbf{C}$ – хоча б один промах; г) $\mathbf{D}$ – не менш двох влучень.

1.7.4 Нехай $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A_2}$, $\mathbf{A_3}$ – події, які полягають в тому, що в мішень влучили відповідно перший, другий та третій стрілки при одному пострілі. Події $\overline{\mathbf{A}}_\mathbf{1}$, $\overline{\mathbf{A}}_\mathbf{2}$, $\overline{\mathbf{A}}_\mathbf{3}$ – промахи цих стрілків. Знайти вираз для подій:

а) $\mathbf{A}$ – жодного влучення; б) $\mathbf{B}$ – тільки одне влучення;
в) $\mathbf{C}$ – три влучення; г) $\mathbf{D}$ – хоча б одне влучення при трьох пострілах.

1.7.5 Передаються повідомлення по каналу зв'язку. Подія $\mathbf{A_k}$ – повідомлення передане без помилок, $\mathbf{k = 1,2,3,4}$. Записати в алгебрі подій наступні події:

а) А – всі чотири повідомлення передані без помилок;
б) $\mathbf{B}$ – три повідомлення передані без помилок, одне з помилками;
в) $\mathbf{C}$ – хоча б два повідомлення передані без помилок;
г) $\mathbf{D}$ – всі повідомлення передані з помилками.

1.7.6 Маємо події: ***A*** – деталь першого сорту, ***B*** – деталь другого сорту, ***C*** – взята навмання деталь виявилася деталлю третього сорту. В чому полягають наступні події:

а) $\mathbf{A+B}$; б) $\mathbf{B+C}$; в) $\overline{\mathbf{A}}\,\overline{\mathbf{C}}$; г) $\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{B}}+\mathbf{C}$.

1.7.7 Підкидаються дві гральні кістки. Нехай ***A*** – сума очок непарна, ***B*** – подія, яка полягає в тому, що хоча б на одній з кісток випала одиниця. Описати події:

а) $\overline{A}B$; б) AB; в) $A+B$; г) $A+\overline{B}$.

1.7.8 Дослід полягає в підкиданні двох монет. Розглядаються наступні події: ***A*** – герб на першій монеті, ***B*** – цифра на першій монеті, ***C*** – герб на другій монеті, ***D*** – цифра на другій монеті.

Що означають події:

а) $A+C$; б) AC; в) BD; г) AD.

1.7.9 По каналу зв'язку передаються послідовно три повідомлення, кожне з них може бути передано правильно або неправильно. Розглядаються наступні події: A_i – i-е повідомлення передано правильно, $\overline{A}_i$ – i-е повідомлення передано неправильно; де $i=1,2,3$. Виразити через A_i і $\overline{A}_i$ наступні події:

а) ***A*** – хоча б одне повідомлення передано правильно;

б) ***B*** – не менш двох повідомлень передано правильно;

в) **C** – не більш одного повідомлення передано правильно;

г) **D** – перше повідомлення передано правильно, а інші – передані неправильно.

1.7.10 Дослід полягає в підкиданні двох монет. Розглядаються наступні події: ***A*** – хоча б один герб, ***B*** – хоча б одна цифра, ***C*** – один герб і одна цифра, ***D*** – два герба.

Визначити, яким подіям з цього списку рівносильні наступні події:

а) AC; б) $A+D$; в) AB; г) $A+C$.

1.7.11 Проводиться спостереження за групою, яка складається з чотирьох однорідних об'єктів. Кожен з них за час спостереження може бути виявлений або не виявлений. Розглядаються наступні події: ***A*** – виявлений рівно один з 4 об'єктів, ***B*** – виявлений хоча б один об'єкт, ***C*** – виявлено не менш двох об'єктів.

В чому полягають події:

а) $A+B$; б) AB; в) $B+C$; г) $A+C$.

1.7.12 Навмання підкидаються дві гральні кістки. Елементарні події ω_{ij} – це події, які полягають у тому, що на одній з кісток випало i очок, а на іншій j ($i, j = 1,2,3,4,5,6$). Виразити через елементарні події наступні події:

а) ***A*** – сума очок, які випали парна;

б) **B** – добуток очок непарний;

в) **C** – на одній з кісток число очок парне, а на іншій непарне;

г) **D** – на жодній з кісток не випало шість очок.

1.7.13 Відбувається спостереження за групою, яка складається з чотирьох однорідних об'єктів. Кожен з них за час спостереження може бути виявлений або не виявлений. Розглядаються події: ***A*** – виявлено не менш двох об'єктів, **B** – виявлено рівно два об'єкта, **C** – виявлено рівно три об'єкта, **D** – виявлено всі чотири об'єкта.

В чому полягають наступні події:

а) $B+C+D$; б) $A \cdot D$; в) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$; г) $\overline{\mathbf{A}}$.

1.7.14 Назвати протилежні події для наступних подій:

а) передаються два повідомлення по каналу зв'язку, подія A – обидва повідомлення передані правильно;

б) передаються п'ять повідомлень, подія C – не менш трьох повідомлень передано правильно;

в) відбувається n пострілів по мішені, подія D – хоча б одне влучення.

1.7.15 В полі спостереження мікроскопа знаходяться чотири клітини. За час спостереження кожна з них може розділиться і не розділиться. Розглядаються події: ***A*** – розділилась одна клітина, **B** – розділилась хоча б одна клітина, **C** – розділилось не менш двох клітин, **D** – розділилися всі чотири клітини.

В чому полягають наступні події:

а) $\mathbf{A}+\mathbf{B}$; б) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$; в) $B+C$; г) $C \cdot D$.

1.7.16 Дослід полягає в підкиданні двох монет – мідної та срібної. Розглядаються наступні події: **A** – герб випав на мідній монеті, **B** – цифра випала на мідній монеті, **C** – випав хоча б один

герб, **D** – випав один герб і одна цифра, **E** – герб випав на срібній монеті.

В чому полягають наступні події:

а) $\mathbf{A}+\mathbf{E}$; б) $\mathbf{A}\cdot\mathbf{E}$; в) $\mathbf{C}+\mathbf{D}$; г) $\mathbf{C}\cdot\mathbf{D}$.

1.7.17 Нехай $\mathbf{A, B, C}$ – три довільних події, які полягають у тому, що з $\mathbf{A, B, C}$ відбулися:

а) тільки A ;

б) тільки $\mathbf{A}$ і $\mathbf{B}$, але $\mathbf{C}$ не відбулася;

в) всі три події;

г) більш двох подій.

1.7.18 Прилад складається з двох блоків. Перший блок складається з чотирьох однакових деталей і працює при справності хоча б двох з них. Другий блок складається з трьох однакових деталей і працює при справності хоча б однієї з них. Весь прилад працює, якщо працюють обидва блоки. Будемо вважати, що A_k – справна k-та деталь першого блока ($k=1,2,3,4$), B_k – справна k-та деталь другого блока ($k=1,2,3$) і протилежні їм події. Виразити наступні події:

а) ***A*** – перший блок працює; б) **B** – другий блок працює;

в) **C** – прилад працює; г) **D** – прилад не працює.

1.7.19 Враження бойового літака може відбутися або в результаті враження обох двигунів (події D_1 і D_2) або в результаті влучення снаряду в кабіну пілота (подія *K*). Подія *A* – враження літака. Записати *A* в алгебрі подій через D_1, D_2 і *K*.

1.7.20 Прилад складається з двох блоків першого типу і трьох блоків другого типу. Подія $\mathbf{A_k}$ – справний $\mathbf{k}$-й блок першого типу ($\mathbf{k=1,2}$), подія $\mathbf{B_j}$ – справний $\mathbf{j}$-й блок другого типу ($\mathbf{k=1,2}$). Прилад справний, якщо справний хоча б один блок першого типу і не менш двох блоків другого типу.

Виразити **C** – справність приладу, через $\mathbf{A_k}$ і $\mathbf{B_j}$.

1.8 Варіанти самостійного завдання №2

1.8.1 В урні три білих і п’ять чорних куль. З урни виймаються одночасно дві кулі. Яка з подій більш ймовірна:

а) ***A*** – кулі одного кольору;

б) ***B*** – кулі різних кольорів.

1.8.2 В розіграші першості по баскетболу приймають участь 18 команд, з яких випадковим чином формуються дві групи по дев’ять команд в кожній. Серед учасників змагань є п’ять команд екстракласу. Знайти ймовірність наступних подій:

а) ***A*** – всі команди екстракласу попадають в одну групу;

б) ***B*** – дві команди екстракласу попадають в одну з груп, а три - в іншу.

1.8.3 Визначити ймовірність того, що вибраний навмання виріб є першосортним, якщо відомо, що 4% усієї продукції – брак, а 75 % не бракованих виробів задовольняє вимогам першого сорту.

1.8.4 Пасажир чекає автобусу №3 або №7 біля зупинки, де зупиняються автобуси шести маршрутів: № 2, 3, 7, 8, 11, 23. Вважаючи, що автобуси всіх маршрутів з’являються в середньому однаково часто, знайти ймовірність того, що перший автобус, який під’їхав до зупинки буде потрібного пасажиру маршруту.

1.8.5 Підкидаються дві гральні кістки. Знайти ймовірності того, що добуток очок буде дорівнювати 6.

1.8.6 Серед кандидатів в студентську раду факультету три першокурсника, чотири другокурсника та шість третьокурсників. З цього составу навмання обирають п’ять осіб. Знайти ймовірність наступних подій:

а) А – будуть обрані тільки третьокурсники;

б) В – буде обраний наступний склад: два першокурсника, один другокурсник і два третьокурсника.

1.8.7 Робітник, який обслуговує два верстати, змушений був відлучитися на деякій час. Ймовірності того, що за цей час верстати не

вимагатимуть уваги робітника, дорівнюють $\mathbf{p_1 = 0{,}7}$; $\mathbf{p_2 = 0{,}8}$. Знайти ймовірність того, що за час відсутності робітника жоден верстат не буде потребувати його уваги.

1.8.8 Два стрілка, для яких ймовірності влучення в мішень дорівнюють 0,7 і 0,8, роблять по одному пострілу. Визначити ймовірність хоча б одного влучення в мішень.

1.8.9 Навмання взятий телефонний номер складається з п’яти цифр. Яка ймовірність того, що в ньому:

а) всі цифри різні;

б) всі цифри непарні.

1.8.10 Кожна з чотирьох несумісних подій може відбутися відповідно з ймовірностями: 0,7; 0,1; 0,6 і 0,2. Обчислити ймовірність того, що в результаті досліду відбудеться хоча б одна з цих подій.

1.8.11 Слово "блискавка" розрізали на букви, взяли навмання п’ять букв і виклали їх в ряд. Яка ймовірність того, що складеться слово "блиск"?

1.8.12 З десяти білетів виграшними є три. Визначити ймовірність того, що серед взятих навмання п’яти білетів хоча б один виграшний.

1.8.13 Здійснюються три незалежних постріли по мішені: ймовірність влучення в мішень при першому, другому і третьому пострілах відповідно дорівнюють 0,1; 0,2; 0,3. Знайти ймовірність рівно двох влучень в мішень.

1.8.14 З колоди карт (32 карти), вилучають навмання 4 карти. Знайти ймовірність того, що серед них буде хоча б один туз.

1.8.15 Навмання вибирається п’ятизначне число. Яка ймовірність наступних подій:

а) $\boldsymbol{A}$ – число однаково читається як зліва направо, так і справа наліво;

б) $\boldsymbol{B}$ – число кратне п’яти.

1.8.16 Шкільна рада складається з 12 вчителів: семи жінок і п'яти чоловіків. Випадковим чином обирають п'ять вчителів для обговорення шкільних проблем. Яка ймовірність того, що в число обраних ввійдуть тільки жінки?

1.8.17 На п'яти картках написані цифри 1, 2, 3, 4, 5. Дослід складається з випадкового вибору трьох карток і розкладанні їх у порядку надходження. Знайти ймовірність наступних подій:

а) **A** – з'явиться число 412;

б) **B** – з'явиться число, яке не містить цифру 5.

1.8.18 Партія з 100 деталей піддається вибірковому контролю. Умовою непридатності всієї партії є наявність хоча б однієї бракованої деталі серед п'яти перевірених. Яка ймовірність для даної партії бути не прийнятою, якщо вона містить 10% несправних деталей.

1.8.19 Ймовірність того, що виготовлена на першому верстаті деталь буде першосортною, дорівнює 0,7. При виготовленні такої деталі на другому верстаті ця ймовірність дорівнює 0,8. На першому верстаті виготовлено дві деталі, на другому – три. Знайти ймовірність того, що всі деталі першосортні.

1.8.20 Вісім варіантів контрольної роботи, які написані на окремих картках, перемішуються і розподіляються випадковим чином серед шести студентів, які сидять в одному ряду, причому кожен отримує по одному варіанту. Знайти ймовірність наступних подій:

а) ***A*** – варіанти 4 і 6 отримають студенти, що сидять поруч;

б) ***B*** – будуть розподілені послідовні номери варіантів.

1.9 Варіанти самостійного завдання №3

1.9.1 На складі є 16 кінескопів, причому 10 з них виготовлені Львівським заводом. Знайти ймовірність того, що серед п'яти взятих навмання кінескопів виявиться не менш 4 кінескопів Львівського заводу.

1.9.2 Маємо п'ять відрізків, довжини яких дорівнюють відповідно 1, 3, 5, 7 і 9 одиницям. Визначити ймовірність того, що за

допомогою взятих навмання трьох відрізків з даних п’яти можна побудувати трикутник.

1.9.3 Числа 1, 2 ,..., 9 записуються у випадковому порядку. Знайти ймовірність того, що сума кожних двох чисел, які стоять на однакових відстанях від кінців, буде дорівнювати 10.

1.9.4 На шести картках написані цифри від 1 до 6. Дослід полягає у випадковому виборі трьох карток і розкладанні їх у порядку надходження в ряд зліва направо. Знайти ймовірності наступних подій:

а) **А** – з’явиться число, яке не містить цифри 2;

б) **В** – з’явиться число, яке містить хоча б одну з цифр 4 або 5.

1.9.5 На шахову дошку випадково ставлять дві тури – білу та чорну. Яка ймовірність того, що тури не зіб’ють одна іншу?

1.9.6 На шести однакових картках написані букви А, В, К, М, О, С. Картки розкладаються навмання в ряд. Яка ймовірність того, що складеться слово “Москва”?

1.9.7 Підкидаються дві гральні кістки. Знайти ймовірність наступних подій:

а) **А** – число очок на обох кістках співпадають;

б) **В** – сума очок непарна;

в) **С** – сума очок не менша 4.

1.9.8 Десять книжок на полиці розставлені навмання. Визначити ймовірність того, що три певні книжки будуть стояти разом?

1.9.9 Замок відкривається тільки при наборі певного шифру – п’ятизначного номера, який можна скласти з семи цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Яка ймовірність того, що замок відкривається при випадковому наборі шифру?

1.9.10 В партії, яка складається з восьми виробів, є три дефектних, з партії вибирається для контролю п’ять виробів. Знайти ймовірність того, що з них рівно два вироби будуть дефектними.

1.9.11 Підкидаються дві гральні кістки. Знайти ймовірність наступних подій:

а) сума очок, яка випала дорівнює семи;

б) сума очок, яка випала дорівнює восьми, а різниця – чотирьом;

в) сума очок, яка випала дорівнює п’яти, а добуток – чотирьом.

1.9.12 Куб, всі грані якого пофарбовані, розпилений на тисячу кубиків однакового розміру, які після цього ретельно перемішані. Знайти ймовірність того, що навмання вилучений кубик має пофарбованих граней:

а) одну;

б) дві;

в) три.

1.9.13 Монета підкинута два рази. Знайти ймовірність того, що хоча б один раз з’явиться «герб».

1.9.14 В коробці шість однакових занумерованих кубиків. Навмання по одному дістають всі кубики. Знайти ймовірність того, що номери вилучених кубиків з’являться у зростаючому порядку.

1.9.15 Знайти ймовірність того, що при підкиданні трьох гральних кісток шістка випаде на одній (неважливо якій) кістці, якщо на гранях двох інших кісток випадуть кількості очок, які не співпадають між собою (і не рівні шести).

1.9.16 В пачці 20 перфокарт, помічених номерами 101, 102, …, 120 та довільно розташованих. Перфораторщиця навмання вилучає дві карти. Знайти ймовірність того, що вилучені перфокарти з номерами 101 і 120.

1.9.17 В ящику є 15 деталей, серед яких 10 пофарбовані. Робітник навмання вилучає три деталі. Знайти ймовірність того, що вилучені деталі виявляться пофарбованими.

1.9.18 В конверті серед 100 фотокарток знаходиться одна фотокартка, яка розшукується. З конверта навмання вилучені 10 карток. Знайти ймовірність того, що серед них знайдеться потрібна.

1.9.19 В ящику 100 деталей, з них 10 бракованих. Навмання вилучені чотири деталі. Знайти ймовірність того, що серед вилучених деталей:

а) немає бракованих;

б) всі браковані.

1.9.20 Пристрій складається з п’яти елементів, з яких два зношені. При вмиканні пристрою вмикаються випадковим чином два елемента. Знайти ймовірність того, що ввімкнутими будуть незношені елементи.

1.10 Варіанти самостійного завдання №4

1.10.1 Набираючи номер телефону, абонент забув останні три цифри та, згадуючи лише, що ці цифри різні, набрав їх навмання. Знайти ймовірність того, що були набрані потрібні цифри.

1.10.2 В партії з 10 деталей є 8 стандартних. Навмання відібрані 4 деталі. Знайти ймовірність того, що серед відібраних деталей рівно 2 стандартних.

1.10.3 В цеху працює шість чоловіків и чотири жінки. За табельними номерами навмання відібрані сім осіб. Знайти ймовірність того, що серед відібраних осіб виявиться три жінки.

1.10.4 В групі 12 студентів, серед яких 8 відмінників. За списком навмання відібрані 9 студентів. Знайти ймовірність того, що серед відібраних студентів п’ять відмінників.

1.10.5 В коробці п’ять однакових виробів, причому три з них пофарбовані. Навмання вилучені два вироби. Знайти ймовірність того, що серед двох вилучених виробів знайдуться:

а) один пофарбований виріб;

б) два пофарбованих вироби;

в) хоча б один пофарбований виріб.

1.10.6 В «секретному» замку на загальній вісі чотири диска, кожен з яких розділений на п’ять секторів, на яких написані різні

цифри. Замок відкривається тільки в тому випадку, коли диски встановлені так, що цифри на них складають певне чотирьохзначне число. Знайти ймовірність того, що при випадковій установці дисків замок буде відкритий.

1.10.7 Відділ технічного контролю виявив п’ять бракованих книжок в партії з випадково відібраних 100 книжок. Знайти відносну частоту появи бракованих книжок.

1.10.8 В електричний ланцюг послідовно включені три елементи, які працюють незалежно один від одного. Ймовірності відмов першого, другого та третього елементів відповідно дорівнюють: $\mathbf{p_1 = 0{,}1}$, $\mathbf{p_2 = 0{,}15}$, $\mathbf{p_3 = 0{,}2}$. Знайти ймовірність того, що струму в ланцюгу не буде.

1.10.9 Пристрій містить два незалежно працюючи елемента. Ймовірності відмови елементів відповідно дорівнюють 0,05 і 0,08. Знайти ймовірності відмови пристрою, якщо для цього досить, щоб відмовив хоча б один елемент.

1.10.10 Для руйнування мосту достатньо потрапляння однієї авіаційної бомби. Знайти ймовірність того, що міст буде зруйновано, якщо на нього скинуто чотири бомби, ймовірності влучення яких відповідно дорівнюють: 0.3; 0.4; 0.6; 0.7.

1.10.11 Три дослідники, незалежно один від одного, вимірюють деяку фізичну величину. Ймовірність того, що перший дослідник зробить помилку при зчитуванні показників приладу, дорівнює 0,1. Для другого і третього дослідників ця ймовірність відповідно дорівнює 0,15 і 0,2. Знайти ймовірність того, що при однократному вимірюванні хоча б один з дослідників зробить помилку.

1.10.12 Ймовірність успішного виконання вправи для кожного з двох спортсменів дорівнює 0,5. Спортсмени виконують вправи по черзі, причому кожен з них робить по дві спроби. Той хто виконує вправи першим, отримує приз. Знайти ймовірність того, що спортсмени отримають приз.

1.10.13 Ймовірність влучення в мішень кожним з двох стрілків дорівнює 0,3. Стрілки стріляють по черзі, причому кожен повинен

зробити по два постріли. Той, хто влучив в мішень першим отримує приз. Знайти ймовірність того, що стрілки отримують приз.

1.10.14 Ймовірність хоча б одного влучення стрілком в мішень при трьох пострілах дорівнює 0,875. Знайти ймовірність влучення при одному пострілі.

1.10.15 Ймовірність хоча б одного влучення в ціль при чотирьох пострілах дорівнює 0,9984. Знайти ймовірність, влучення в ціль при одному пострілі.

1.10.16 Багатократно вимірюють деяку фізичну величину. Ймовірність того, що при зчитуванні показників приладу зроблено помилку, дорівнює $\mathbf{p}$. Знайти найменше число вимірювань, яке необхідно зробити, щоб з ймовірністю $\mathbf{p > \alpha}$ можна було очікувати, що хоча б один результат вимірювань буде невірним.

1.10.17 Ймовірність влучення в ціль при кожному пострілі дорівнює 0,1. Знайти ймовірність влучення в ціль двох куль і більше, якщо число пострілів дорівнює 3.

1.10.18 По цілі зроблено 20 пострілів, причому зареєстровано 18 влучень. Знайти відносну частоту влучень в ціль.

1.10.19 При випробуванні партії приладів відносна частота робочих приладів виявилась рівною 0,9. Знайти число робочих приладів, якщо всього було перевірено 200 приладів.

1.10.20 Серед 100 лотерейних білетів є 5 виграшних. Знайти ймовірність того, що 2 навмання вибрані білети виявляться виграшними.

1.11 Варіанти самостійного завдання №5

1.11.1 На полиці в бібліотеці в випадковому порядку розташовано 15 підручників, причому 5 з них в палітурці. Бібліотекар бере навмання три підручника. Знайти ймовірність того, що хоча б один з взятих підручників буде в палітурці.

1.11.2 В ящику 10 деталей, з яких 4 пофарбовані. Робітник навмання взяв три деталі Знайти ймовірність того, що хоча б одна з взятих деталей пофарбована.

1.11.3 Для сигналізації про аварію встановлені два незалежно працюючих сигналізатори. Ймовірність того, що при аварії сигналізатор спрацює, дорівнює 0,95 для першого сигналізатора і 0,9 для другого. Знайти ймовірність того, що при аварії спрацює тільки один сигналізатор.

1.11.4 Два стрілка стріляють по мішені. Ймовірність влучення в мішень при одному пострілі для першого стрілка дорівнює 0,7, а для другого – 0,8. Знайти ймовірність того, що при одному залпі в мішень влучить тільки один з стрілків.

1.11.5 Ймовірність одного влучення в ціль при одному залпі з двох гармат дорівнює 0,38. Знайти ймовірність ураження цілі при одному пострілі першої з гармат, якщо відомо, що для другої гармати ця ймовірність дорівнює 0,8.

1.11.6 Відділ технічного контролю перевіряє вироби на стандартність. Ймовірність того, що виріб стандартний, дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що з двох перевірених виробів тільки один стандартний.

1.11.7 Ймовірність того, що при одному вимірюванні деякої фізичної величини буде зроблено помилку, яка перевищує задану точність, дорівнює 0,4. Зроблено три незалежних вимірювання. Знайти ймовірність того, що тільки в одному з них зроблено помилку, яка перевищує задану точність.

1.11.8 З партії виробів робітник вибирає вироби вищого сорту. Ймовірність того, що навмання взятий виріб буде вищого сорту, дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що з трьох перевірених виробів тільки два вироби вищого сорту.

1.11.9 Пристрій складається з трьох елементів, які працюють незалежно. Ймовірності безвідмовної роботи (за час t) першого, другого и третього елементів відповідно дорівнюють 0,6; 0,7; 0,8.

Знайти ймовірність того, що за час t безвідмовно буде працювати тільки один елемент.

1.11.10. Пристрій складається з трьох елементів, які працюють незалежно. Ймовірності безвідмовної роботи (за час t) першого, другого и третього елементів відповідно дорівнюють 0,6; 0,7; 0,8. Знайти ймовірність того, що за час t безвідмовно будуть працювати тільки два елементи.

1.11.11 Пристрій складається з трьох елементів, які працюють незалежно. Ймовірності безвідмовної роботи (за час t) першого, другого и третього елементів відповідно дорівнюють 0,6; 0,7; 0,8. Знайти ймовірність того, що за час t безвідмовно будуть працювати всі три елементи.

1.11.12 Ймовірності того, що потрібна робітнику деталь знаходиться в першому, другому, третьому, четвертому ящику, відповідно дорівнюють 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Знайти ймовірність того, що деталь міститься не більш ніж в трьох ящиках.

1.11.13 Ймовірності того, що потрібна робітнику деталь знаходиться в першому, другому, третьому, четвертому ящику, відповідно дорівнюють 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Знайти ймовірність того, що деталь міститься не менш ніж в двох ящиках.

1.11.14 Підкинуті три гральні кістки. Знайти ймовірність того, що на кожній з граней, які випали, з'явиться п'ять очок.

1.11.15 Підкинуті три гральні кістки. Знайти ймовірність того, що на всіх гранях, які випали, з'явиться однакове число очок.

1.11.16 Підкинуті три гральні кістки. Знайти ймовірність того, що на двох гранях, які випали, з'явиться одне очко, а на третій грані – інше число очок.

1.11.17 Підкинуті три гральні кістки. Знайти ймовірність того, що на двох гранях, які випали, з'явиться однакове число очок, а на третій грані – інше число очок.

1.11.18 Підкинуті три гральні кістки. Знайти ймовірність того, що на всіх гранях, які випали, з'явиться різне число очок.

1.11.19 Скільки потрібно підкинути гральних кісток, щоб з ймовірністю, меншою 0,3, можна було очікувати, що ні на одній з граней, які випали, не з'явиться шість очок?

1.11.20 Ймовірність влучення в мішень стрілком при одному пострілі дорівнює 0,8. Скільки пострілів повинен зробити стрілок, щоб з ймовірністю, меншою 0,4, можна було очікувати, що не буде жодного промаху?

1.12 Варіанти самостійного завдання №6

1.12.1 Стрілок влучає в «десятку» з ймовірністю 0,05, в «дев'ятку» – з ймовірністю 0,2, в «вісімку» – з ймовірністю 0,6. Зроблено один постріл. Яка ймовірність того, що вибито не менш 8 очок.

1.12.2 Стрілок влучає в «десятку» з ймовірністю 0,05, в «дев'ятку» – з ймовірністю 0,2, в «вісімку» – з ймовірністю 0,6. Зроблено один постріл. Яка ймовірність того, що вибито більш 8 очок.

1.12.3 Перевезення вантажу для замовника виконують два автопідприємства, кожне з яких повинно виділити для цього по одній вантажівці. Ймовірність виходу на лінію вантажівки з першого автопарку дорівнює 0,7, а з другого – 0,6. Знайти ймовірність того, що замовник отримає хоча б одну вантажівку.

1.12.4 В урні 10 білих, 15 чорних, 20 блакитних и 25 червоних куль однакового розміру. Навмання беруть одну кульку. Знайти ймовірність того, що кулька буде білою або чорною.

1.12.5 В білому ящику 12 червоних і 6 блакитних куль. В чорному ящику – 15 червоних і 10 блакитних куль. Підкидують гральний кубик. Якщо випаде кількість очок, кратна 3, то навмання беруть кульку з білого ящику. Якщо випаде будь-яка інше кількість очок, то беруть кульку з чорного ящику. Знайти ймовірність витягнути червону кульку.

1.12.6 З колоди карт (32 карти) навмання вибирають одну. Яка ймовірність того, що це дама, якщо вибрана карта червоної масті?

1.12.7 Кожна з букв слова «інтеграл» записана на окремому аркуші. Аркуші перемішані. Яка ймовірність того, що з'явиться слово «лаг» при витягуванні трьох аркушів (в порядку їх появлення)?

1.12.8 Кожна з букв слова «інтеграл» записана на окремому аркуші. Аркуші перемішані Яка ймовірність того, що з перших чотирьох взятих букв можна скласти слово «трал»?

1.12.9 В коробці 5 однакових виробів. Три з них пофарбовані. Навмання беруть 2 вироби. Знайти ймовірність того, що серед них два пофарбованих вироби.

1.12.10 Перевіряють половину виробів. Умови прийому допускають браку не більш 2% від перевірених виробів. Визначити ймовірність того, що 100 виробів, які мають 5% браку, будуть прийнятими.

1.12.11 Обчислити ймовірність того, що 50 виробів, серед яких 3 нестандартних, будуть прийняті при перевірці навмання вибраної половини виробів. Умовами прийому допускається не більш 4% нестандартних виробів.

1.12.12 Два стрілка незалежно один від одного стріляють в одну мішень. Ймовірність влучення першим стрілком дорівнює 0,3, а другим – 0,4. При будь-якому влученні мішень зіпсується. Знайти ймовірність того, що мішень буде зіпсована.

1.12.13 В урні 7 білих і 3 чорних кульки. Послідовно з урни вилучили дві кульки (не повертаючи їх в урну). Знайти ймовірність того, що обидві вилучені з урни кульки – білі.

1.12.14 Робітник обслуговує три верстата, які працюють незалежно один від одного. Ймовірність того, що на протязі години перший верстат не буде потребувати уваги робітника дорівнює 0,9; а для другого і третього верстатів – 0,8 і 0,85 відповідно. Знайти ймовірність того, що на протязі години всі три верстата не будуть потребувати уваги робітника.

1.12.15 В читальному залі є шість підручників по теорії ймовірностей, з яких три в палітурці. Бібліотекар навмання взяв два підручника. Знайти ймовірність того, що обидва підручника будуть в палітурці.

1.12.16 Два мисливця стріляють у вовка, причому кожен робить по одному пострілу. Для першого мисливця ймовірність влучення в ціль 0,7, для другого – 0,8. Знайти ймовірність влучення (хоча б при одному пострілі)?

1.12.17 В цеху працюють сім чоловіків і три жінки. За табельними номерами навмання відібрані три особи. Знайти ймовірність того, що всі відібрані особи будуть чоловіками.

1.12.18 В ящику 10 деталей, серед яких шість пофарбовані. Робітник навмання вилучає чотири деталі. Знайти ймовірність того, що всі вилучені деталі будуть пофарбовані.

1.12.19 В урні є п’ять куль с номерами від 1 до 5. Навмання по одному вилучають три кульки без повернення. Знайти ймовірність того, що послідовно з’являться кульки з номерами 1, 4, 5.

1.12.20 Студент знає 20 з 25 питань програми. Знайти ймовірність того, що студент знає запропоновані йому екзаменатором три питання.

1.13 Варіанти самостійного завдання №7

1.13.1 В тирі маємо 5 рушниць, ймовірності попадання з яких рівні відповідно 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 та 0,9. Визначити ймовірність попадання при одному пострілі, якщо стріляючий бере одну з рушниць навмання.

1.13.2 В урну, яка містить 2 кульки, кинули білу кульку, після чого з неї навмання вилучили одну кульку. Знайти ймовірність того, що вилучена кулька буде білою, якщо рівноможливі всі припущення про початковий склад куль (по кольору).

1.13.3 В цеху працює 20 верстатів. З них 10 марки А, 6 марки В і 4 марки С. Ймовірність того, що якість деталі буде відмінною, для цих верстатів відповідно дорівнює: 0,9; 0,8; і 0,7. Який відсоток відмінних деталей випускає цех в цілому?

1.13.4 Припустимо, що 5% всіх чоловіків і 0,25% всіх жінок дальтоніки. Навмання вибрана особа страждає на дальтонізм. Яка ймовірність того, що це чоловік? (Вважати, що чоловіків і жінок однакова кількість).

1.13.5 Два стрілка незалежно один від одного стріляють по одній мішені, роблячи кожен по одному пострілу. Ймовірність влучення в мішень для першого стрілка дорівнює 0,8, для другого – 0,4. Після стрільби в мішені з'явилась одна дірка. Знайти ймовірність того, що в мішень влучив перший стрілок.

1.13.6 На фабриці, яка виготовляє болти, перша машина виробляє 25%, друга – 35%, третя – 40 % всіх болтів. В їх продукції брак складає відповідно 5, 4 і 2%. Яка ймовірність того, що випадково вибраний болт є дефектним?

1.13.7 Три стрілка зробили залп, причому дві кулі вразили мішень. Знайти ймовірність того, що третій стрілок вразив мішень, якщо ймовірності влучення в мішень першим, другим и третім стрілками відповідно дорівнюють 0.6, 0.6 і 0.4.

1.13.8 Батарея з трьох гармат зробила залп, причому 2 снаряда влучили в ціль. Знайти ймовірність того, що перша гармата дала влучення, якщо ймовірності влучення в ціль першою, другою і третьою гарматами відповідно дорівнюють $p_1 = 0{,}4$; $p_2 = 0{,}3$; $p_3 = 0{,}5$.

1.13.9 В першій урні 5 білих і 10 чорних куль, в другій 3 білих і 7 чорних куль. З другої урни в першу переклали одну кульку, в потім з першої урни витягли навмання одну кульку. Визначити ймовірність того, що кулька, яку витягли – біла.

1.13.10 Є три однакових по вигляду ящика. В першому ящику 20 білих куль, в другому – 10 білих і 10 чорних, в третьому 20 чорних

куль. З вибраного навмання ящика витягли білу кульку. Обчислити ймовірність того, що кулька була витягнута з першого ящика.

1.13.11 Два цехи штампують однотипні деталі. Перший цех дає 5 % браку, другий – 7%. Для контролю вибрали 100 деталей з першого цеху та 200 деталей з другого. Ці деталі змішали в одну партію, а потім з неї беруть одну деталь. Яка ймовірність того, що деталь бракована?

1.13.12 На зборку надходять деталі з 3 автоматів. Перший дає 25%, другий – 30%, а третій – 45% деталей даного типу, які надходять на зборку. Перший автомат може давати 0,1% нестандартних виробів, другій – 0,2%, третій – 0,3%. Знайти ймовірність того, що на зборку потрапить нестандартна деталь.

1.13.13 Завод № 1 випускає 40% всій продукції, з браком 6%; завод № 2 – 35%, з браком 5%, завод № 3 – 25%, з браком 2%. З продукції цих заводів взято навмання виріб. Яка ймовірність, що він не є бракованим?

1.13.14 В умові задачі 1.13.13, відомо, що взятий виріб бракований. Яка ймовірність, що цей брак вироблено заводом № 1?

1.13.15 В продаж надійшли телевізори трьох заводів. Продукція першого заводу містить 20% телевізорів з прихованим дефектом, другого – 10%, третього – 5%. Яка ймовірність придбати працюючий телевізор, якщо в магазин надійшло 30% телевізорів с першого заводу, 20% – з другого, 50% – з третього?

1.13.16 В урну, що містить 3 кульки кладуть білу кульку. Знайти ймовірність вийняти з цієї урни білу кульку, якщо всі припущення про кількість білих куль рівноможливі?

1.13.17 Група студентів складається з **a** відмінників, **b** студентів, які навчаються добре і **c** студентів, які навчаються погано. Відмінники на іспиті можуть отримати тільки відмінні оцінки. Ті, що добре вчаться – можуть отримати з рівною ймовірністю добрі та відмінні оцінки. Ті, що погано вчаться – отримати з рівною ймовірністю добрі, задовільні та незадовільні оцінки. Для складання

іспиту викликається навмання один студент. Яка ймовірність того, що студент отримає добру або відмінну оцінки.

1.13.18 В тирі маємо 5 рушниць, ймовірності попадання з яких рівні відповідно 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 та 0,9. Визначити ймовірність попадання при одному пострілі, якщо стріляючий бере одну з рушниць навмання.

1.13.19 Розслідуються причини авіакатастрофи, про яку можна зробити чотири гіпотези: $H1, H2, H3, H4$. Відповідно до статистики $P(H1)=0,2$; $P(H2)=0,4$; $P(H3)=0,3$; $P(H4)=0,1$. Огляд місця катастрофи визначає, що в її ході відбулася подія А – займання палива. Умовні ймовірності події А: $P(A/H1)=0,9$; $P(A/H2)=0$; $P(A/H3)=0,2$; $P(A/H4)=0,3$. Знайти апостеріорні ймовірності гіпотез.

1.13.20 Телеграфне повідомлення складається з сигналів: "крапка" і "тире" Статистичні властивості перешкод такі, що спотворюється в середньому 2/5 повідомлень "крапка" і 1/3 "тире". Відомо, що серед усіх сигналів "крапка" и "тире" зустрічаються у відношенні 5:3. Визначити ймовірність того, що прийнято неспотворений сигнал, якщо прийнято сигнал "крапка".

1.14 Варіанти самостійного завдання №8

1.14.1 Телеграфне повідомлення складається з сигналів: "крапка" і "тире" Статистичні властивості перешкод такі, що спотворюється в середньому 2/5 повідомлень "крапка" і 1/3 "тире". Відомо, що серед усіх сигналів "крапка" и "тире" зустрічаються у відношенні 5:3. Визначити ймовірність того, що прийнято неспотворений сигнал, якщо прийнято сигнал "тире".

1.14.2 В трьох однотипних пологових будинках народжуються діти у кількісному відношенні 25:30:35, причому ймовірності народження хворих відповідно дорівнюють 0,05; 0,1; 0,15. Дитина, яку забирають батьки, виявилась хворою. Знайти ймовірність того, що дана дитина народжена у першому пологовому будинку.

1.14.3 Число вантажних автомашин, що проїжджають по шосе, на якому стоїть бензоколонка, відноситься до числа легкових машин, що проїжджають по тому ж шосе як 3:2. Ймовірність того, що буде заправлятися вантажна машина, дорівнює 0,1; для легкової машини ця ймовірність дорівнює 0,2. До бензоколонки під'їхала для заправки машина. Знайти ймовірність того, що це вантажна машина.

1.14.4 В спеціалізовану лікарню поступають в середньому 50% хворих з захворюванням К, 30% – з захворюванням L, 20% – з захворюванням М. Ймовірність одужання К дорівнює 0,7; для L і М ці ймовірності дорівнюють 0,8 і 0,9. Хворий, який потрапив в лікарню, був виписаний видужалим. Знайти ймовірність того, що цей хворий страждав на захворювання К.

1.14.5 Маємо 10 однакових скринь, з яких в 9-ти знаходиться по 2 чорних та по 2 білих кулі, а в одній – 5 білих та одна чорна. Зі скрині, яка обрана навмання, беруть білу кулю. Знайти ймовірність того, що куля взята зі скрині, в якій знаходяться 5 білих куль.

1.14.6 Ймовірності попадання при кожному пострілі для трьох мисливців дорівнюють відповідно $\frac{4}{5}; \frac{3}{4}; \frac{2}{3}$. При одночасному пострілі всіх трьох мисливців мали місце 2 влучення. Знайти ймовірність того, що промахнувся третій мисливець.

1.14.7. Відомо, що 96% продукції, яка виготовляється заводом задовольняє стандарту. Спрощена схема контролю визнає придатною стандартну продукцію з ймовірністю 0,98, а нестандартну з ймовірністю 0,05. Визначити ймовірність того, що виріб, який проходить спрощений контроль, задовольняє стандарту.

1.14.8 Соціальному опитуванню підлягає група із 100 громадян України, серед яких з рівною ймовірністю може бути 0, 1, 2, 3, 4 мігранта. Знайти ймовірність того, що навмання вибраний громадянин буде мігрантом.

1.14.9 Партія в 1000 ламп має чотири категорії. Перша категорія складає 50, друга – 30, третя – 16, четверта – 4% від загальної кількості. Ймовірність того, що лампи різних категорій будуть мати

заданий термін служби, визначається як $p_1 = 0{,}8;\ p_2 = 0{,}6;\ p_3 = 0{,}4;$ $p_4 = 0{,}2$. Знайти ймовірність того, що вибрана навмання лампа буде мати заданий термін служби.

1.14.10. Виріб перевіряється на стандартність одним з двох товарознавців. Ймовірність того, що виріб потрапить до першого товарознавця, дорівнює 0,55, а до другого – 0,45. Ймовірність того, що стандартний виріб буде признано стандартним першим товарознавцем, дорівнює 0,9, а другим – 0,98. Стандартний виріб при перевірці було признано стандартним. Знайти ймовірність того, що цей виріб перевірив другий товарознавець.

1.14.11 Два автомата виготовляють однакові деталі, які потрапляють на загальний конвеєр. Продуктивність першого автомату вдвічі більше продуктивності другого. Перший автомат виготовляє в середньому 60% деталей відмінної якості, а другій – 84 %. Навмання взята с конвеєра деталь виявилась деталлю відмінної якості. Знайти ймовірність того, що ця деталь виготовлена першим автоматом.

1.14.12. В піраміді 10 гвинтівок, з яких 4 мають оптичний приціл. Ймовірність того, що стрілок вразить мішень при пострілі з гвинтівки з оптичним прицілом, дорівнює 0,95; для гвинтівки без оптичного прицілу ця ймовірність дорівнює 0,8. Стрілок вразив мішень з навмання взятої гвинтівки з оптичним прицілом або без нього?

1.14.13 Число вантажних автомашин, які проїжджають по шосе, на якому стоїть бензоколонка, відноситься до числа легкових машин, які проїжджають по тому ж шосе як 3:2. Ймовірність того, що буде заправлятися вантажна машина, дорівнює 0,1, для легкової машини ця ймовірність дорівнює 0,2. До бензоколонки під'їхала для заправки машина. Знайти ймовірність того, що це вантажна машина.

1.14.14 Дві перфораторщиці набили на двох перфораторах по однаковому комплекту перфокарт. Ймовірність того, що перша перфораторщиця зробить помилку, дорівнює 0,05; для другої перфораторщиці ця ймовірність дорівнює 0,1. При зрівнянні

перфокарт була виявлена помилка. Знайти ймовірність того, що помилилася перша перфораторщиця.

1.14.15 Подія А може з'явитися при умові появи одного з несумісних подій (гіпотез) B_1, B_2, B_3, які утворюють повну групу подій. Після появи події А були переоцінені ймовірності гіпотез, тобто знайдені умовні ймовірності цих гіпотез, причому виявилось, що $P_A(B_1)=0{,}6$ і $P_A(B_2)=0{,}3$. Чому дорівнює умовна ймовірність $P_A(B_3)$ гіпотези B_3?

1.14.16 Є три партії деталей по 20 деталей в кожній. Число стандартних деталей в першій, другій і третій партіях відповідно дорівнює 20, 15, 10. З навмання обраної партії навмання вилучена деталь, яка виявилась стандартною. Деталь повертають в партію і вдруге з тієї ж партії навмання вилучають деталь, яка також виявляється стандартною. Знайти ймовірність того, що деталі були вилучені з третьої партії.

1.14.17 Батарея з трьох гармат зробила залп, причому два снаряда влучили в ціль. Знайти ймовірність того, що перша гармата дала влучення, якщо ймовірність влучення в ціль першою, другою и третьою гарматами відповідно дорівнюють $p_1=0{,}4$, $p_2=0{,}3$, $p_3=0{,}5$.

1.14.18 Три стрілка зробили залп, причому дві кулі вразили мішень. Знайти ймовірність того, що третій стрілок вразив мішень, якщо ймовірність влучення в мішень першим, другим и третім стрілками відповідно дорівнюють 0,6, 0,5, і 0,4.

1.14.19 Одного з трьох стрілків викликають на лінію вогню і він виконує два постріли. Ймовірність влучення в мішень при одному пострілі першим стрілком дорівнює 0,3, другим – 0,5; а третім – 0,8. В мішені нема влучень. Знайти ймовірність того, що постріли виконані першим стрілком.

1.14.20 З трьох гармат по одній цілі зроблено по одному пострілу. Ймовірність влучення з першої гармати дорівнює 0,9, з другої – 0,8, а з третьої – 0,7. Знайти ймовірність двох влучень в ціль.

2 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

ПОСЛІДОВНОСТІ ВИПРОБУВАНЬ

2.1 Схема та формула Бернуллі

Якщо проводяться випробування, в яких ймовірність появи події **A** в кожному випробуванні не залежить від появи або не появи цієї події в інших випробуваннях, то такі випробування називають незалежними відносно події **A**.

Формула Бернуллі. Ймовірність того, що в **n** незалежних випробуваннях, в кожному з яких ймовірність появи події дорівнює **p** $(0<p<1)$, подія з'явиться рівно k разів, дорівнює

$$P_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k}, \tag{2.1}$$

або

$$P_n(k)=\frac{n!}{k!(n-k)!}p^k q^{n-k}, \tag{2.2}$$

де $q=1-p$.

Ймовірність того, що в **n** випробуваннях подія з'явиться:
а) менш ніж **k** разів,
б) більш ніж **k** разів,
в) не менш ніж **k** разів,
г) не більш ніж **k** разів
знаходять відповідно за формулами:

$$P_n(0)+P_n(1)+\ldots+P_n(k-1); \tag{2.3}$$

$$P_n(k+1)+P_n(k+2)+\ldots+P_n(n); \tag{2.4}$$

$$P_n(k)+P_n(k+1)+\ldots+P_n(n); \tag{2.5}$$

$$P_n(0)+P_n(1)+\ldots+P_n(k). \tag{2.6}$$

2.2 Локальна та інтегральна теореми Лапласа

Локальна теорема Лапласа. Ймовірність того, що в n незалежних випробуваннях, в кожному з яких ймовірність появи події дорівнює p $(0<p<1)$, подія з'явиться рівно k разів, наближено дорівнює (тим точніше, чим більше n)

$$P_n(k)=\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x), \tag{2.7}$$

де $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$, $x=\frac{k-np}{\sqrt{npq}}$.

Таблиця функції $\varphi(x)$ для додатних значень x наведена в додатку А.1, для від'ємних значень x користуються цією ж таблицею (функція $\varphi(x)$ парна, тому $\varphi(-x)=\varphi(x)$).

Інтегральна теорема Лапласа. Ймовірність того, що в n незалежних випробуваннях, в кожному з яких ймовірність появи події дорівнює p $(0<p<1)$, подія з'явиться не менш k_1 разів і не більш k_2 разів, наближено дорівнює

$$P(k_1;k_2)=\Phi(x'')-\Phi(x'). \tag{2.8}$$

$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-z^2/2}\,dz$ - функція Лапласа,

$x'=\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}$; $x''=\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}$

Таблиця функцій Лапласа для додатних значень x $(0\le x\le 5)$ наведена в додатку А.2, для значень $x>5$ покладають $\Phi(x)=0{,}5$. Для від'ємних значень x використовують цю ж таблицю, враховуючи, що функція Лапласа непарна ($\Phi(-x)=-\Phi(x)$).

2.3 Відхилення відносної частоти від постійної ймовірності в незалежних випробуваннях

Ймовірність того, що в n незалежних випробуваннях, в кожному з яких ймовірність появи події дорівнює p $(0 < p < 1)$, абсолютна величина відхилення відносної частоти появи події від ймовірності появи події не буде перевищувати додатного числа ε, наближено дорівнює подвоєній функції Лапласа при $x = \varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}$:

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \le \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right). \qquad (2.9)$$

2.4 Найімовірніше число появ події в незалежних випробуваннях

Число k_0 (появи події в незалежних випробуваннях, в кожному з яких ймовірність появи події дорівнює p) називають найімовірнішим, якщо ймовірність того, що подія з'явиться в цих випробуваннях k_0 разів, перевищує (або принаймні не менш) ймовірності інших можливих появ або не появ події в незалежних випробуваннях.

Найімовірніше число k_0 визначають з подвійної нерівності

$$np - q \le k_0 \le np + p, \qquad (2.10)$$

причому:

а) якщо число $np - q$ - дробове, то існує одне найімовірніше число k_0;

б) якщо число $np - q$ - ціле, то існують два найімовірніших числа k_0 і $k_0 + 1$;

в) якщо число np – ціле, то найімовірніше число $k_0 = np$.

2.5 Теорема Пуассона

Ймовірність того, що в n незалежних випробуваннях, в кожному з яких ймовірність появи події дорівнює p (p – достатньо мале число), подія з'явиться k разів, наближено дорівнює

$$P_n(k) = \frac{a^k e^{-a}}{k!}, \qquad (2.11)$$

де $a = np$ (середнє число появ події в n випробуваннях).

Формулу (2.11) називають ***формулою Пуассона***. Її застосовують у випадках, коли $p \le 0{,}1$, а $np \le 10$.

2.6 Приклади розв'язання задач

Приклад 2.6.1 Два рівносильних шахіста грають в шахи. Що ймовірніше: виграти дві партії з чотирьох або три партії з шести (нічиї до уваги не приймаються)?

Розв'язання. Грають рівносильні шахісти, тому ймовірність виграшу $p = \frac{1}{2}$, ймовірність програшу $q = \frac{1}{2}$. Так як у всіх паріях ймовірність виграшу постійна, може бути застосована формула Бернуллі.

Знайдемо ймовірність того, що дві партії з чотирьох будуть виграні:

$$P_4(2) = C_4^2 p^2 q^2 = \frac{6}{16}.$$

Знайдемо ймовірність того, що будуть виграні три партії з шести:

$$P_3(6) = C_6^3 p^3 q^3 = \frac{5}{16}.$$

Так як $P_4(2) > P_6(3)$, то ймовірніше виграти дві партії з чотирьох, ніж три з шести.

Приклад 2.6.2 Знайти ймовірність того, що подія A відбудеться рівно 70 разів в 243 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,25.

Розв'язання. За умовою, $\mathbf{n = 243}$; $\mathbf{k = 70}$; $\mathbf{p = 0{,}25}$; $\mathbf{q = 0{,}75}$. Так як $\mathbf{n = 243}$ досить велике число, скористаємося локальною теоремою Лапласу.

$$\mathbf{x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} = \frac{70 - 243 \cdot 0.25}{\sqrt{243 \cdot 0.25 \cdot 0.75}} = 1.37.}$$

За таблицею додатку А.1 знайдемо $\varphi(1.37) = 0.1561$. Шукана ймовірність

$$P_{243}(70) = \frac{1}{6{,}75} \cdot 0{,}1561 = 0{,}0231.$$

Приклад 2.6.3 Ймовірність появи події в кожному з 100 незалежних випробувань постійна і дорівнює $\mathbf{p = 0.8}$. Знайти ймовірність того, що подія з'явиться:

а) не менш 75 разів і не більш 90 разів;

б) не менш 75 разів;

в) не більш 74 разів.

Розв'язання. Скористаємось інтегральною теоремою Лапласа:

а) за умовою $\mathbf{n = 100}$; $\mathbf{k_1 = 75}$; $\mathbf{k_2 = 90}$; $\mathbf{p = 0{,}8}$; $\mathbf{q = 0{,}2}$. Обчислимо $\mathbf{x'}$ і $\mathbf{x''}$:

$$\mathbf{x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{75 - 100 \cdot 0{,}8}{\sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}} = -1{,}25;}$$

$$\mathbf{x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{90 - 100 \cdot 0{,}8}{\sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}} = 2.5.}$$

Враховуючи, що функція Лапласа непарна, одержимо

$$P_{100}(75;90) = \Phi(2{,}5) - \Phi(-1{,}25) = \Phi(2{,}5) + \Phi(1{,}25).$$

За таблицею додатку А.2 знайдемо:

$$\Phi(2{,}5) = 0{,}4938; \quad \Phi(1{,}25) = 0{,}3944.$$

Шукана ймовірність

$$P_{100}(75;90) = 0{,}4938 + 0{,}3944 = 0{,}8882.$$

б) в цьому випадку $k_1 = 75$; $k_2 = 100$, тоді

$$x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{75 - 100 \cdot 0{,}8}{\sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}} = -1{,}25;$$

$$x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{100 - 100 \cdot 0{,}8}{\sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}} = 5.$$

За таблицею додатку А.2 знайдемо:

$$\Phi(5) = 0{,}5; \quad \Phi(1{,}25) = 0{,}3944.$$

Шукана ймовірність

$$P_{100}(75;90) = 0{,}5 + 0{,}3944 = 0{,}8944.$$

в) $P_{100}(0;74) = 1 - P_{100}(75;100) = 1 - 0{,}8944 = 0{,}1056.$

Приклад 2.6.4 Ймовірність появи події в кожному з 100 незалежних випробувань постійна і дорівнює $p = 0.8$. Скільки потрібно провести випробувань, щоб з ймовірністю 0.9 можна було очікувати, що подія з'явиться не менш 75 разів?

Розв'язання. За умовою $k_1 = 75$; $k_2 = n$; $p = 0{,}8$; $q = 0{,}2$, $P_n(75;n) = 0{,}9$. Скористаємось інтегральною теоремою Лапласа:

$$P_n(k_1;n) = \Phi(x'') - \Phi(x') = \Phi\left[\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right] - \Phi\left[\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right].$$

Підставляючи дані задачі, одержимо

$$0{,}9 = \Phi\left[\frac{n - 0{,}8n}{\sqrt{n \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}}\right] - \Phi\left[\frac{75 - 0{,}8n}{\sqrt{n \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}}\right],$$

або

$$0{,}9 = \Phi\left[\frac{\sqrt{n}}{2}\right] - \Phi\left[\frac{75 - 0{,}8n}{\sqrt{n \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}}\right].$$

Очевидь, число випробувань $n > 75$, тому $\frac{\sqrt{n}}{2} > \frac{\sqrt{75}}{2} \approx 4{,}33$. Оскільки функція Лапласа – зростаюча і $\Phi(4{,}33) \approx 0{,}5$, можна покласти $\Phi\left[\frac{\sqrt{n}}{2}\right] = 0{,}5$.

Отже, $0{,}9 = 0{,}5 - \Phi\left[\frac{75 - 0{,}8n}{\sqrt{n \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}}\right]$.

Таким чином, $\Phi\left[\frac{75 - 0{,}8n}{\sqrt{n \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}}\right] = -0{,}4$.

За таблицею додатку А.2 знайдемо: $\Phi(0) = 0{,}5$; $\Phi(1{,}25) = 0{,}3944$.

Звідси, $\frac{75 - 0{,}8n}{\sqrt{n \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}} = -1{,}28$.

Розв'язавши це рівняння, отримаємо $n = 100$.

Приклад 2.6.5 Ймовірність появи події в кожному з 625 незалежних випробуваннях дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від його ймовірності за абсолютною величиною не більш ніж на 0,04.

Розв'язання. За умовою: $n = 625$; $p = 0{,}8$; $q = 0{,}2$; $\varepsilon = 0{,}04$. Необхідно знайти ймовірність $P\left(\left|\frac{m}{625} - 0{,}8\right| \le 0{,}04\right)$. Скористаємось формулою (2.9). Маємо

$$P\left(\left|\frac{m}{625} - 0{,}8\right| \le 0{,}04\right) = 2\Phi\left(0{,}04\sqrt{\frac{625}{0{,}8 \cdot 0{,}2}}\right) = 2\Phi(2{,}5).$$

За таблицею додатку А.2 знайдемо: $\Phi(2,5) = 0,4938$. Тому, $2\Phi(2,5) = 2 \cdot 0,4938 = 0,9876$. Таким чином, шукана ймовірність наближено дорівнює 0,9876.

Приклад 2.6.6 Ймовірність появи події в кожному з 400 незалежних випробуваннях дорівнює 0,8. Знайти таке додатне число ε, щоб з ймовірністю 0,99 абсолютна величина відхилення відносної частоті появи події від її ймовірності 0,8 не перевищувала ε.

Розв'язання. За умовою: $n = 400$; $p = 0,8$; $q = 0,2$. Тому

$$2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{400}{0,8 \cdot 0,2}}\right) = 0,99 \text{ або } \Phi(50\varepsilon) = 0,495.$$

За таблицею додатку А.2 знайдемо: $\Phi(2,57) = 0,495$. Тому, $50\varepsilon = 2,57$. Звідси шукане число $\varepsilon = 0,05$.

Приклад 2.6.7 Батарея зробила шість пострілів по об'єкту . Ймовірність влучення в об'єкт при одному пострілі дорівнює 0,3. Знайти:

а) найймовірніше число влучень;

б) ймовірність найймовірнішого числа влучень;

в) ймовірність того, що об'єкт буде зруйновано, якщо для цього достатньо хоча б двох влучень.

Розв'язання. За умовою: $n = 6$; $p = 0,3$; $q = 0,7$.

а) знайдемо найймовірніше число влучень за формулою (2.10):

$$6 \cdot 0,3 - 0,7 \le k_0 \le 6 \cdot 0,3 + 0,3 \quad \text{або} \quad 1,1 \le k_0 \le 2,1.$$

Звідки $k_0 = 2$;

б) знайдемо ймовірність найймовірнішого числа влучень за формулою Бернуллі

$$P_6(2) = C_6^2 p^2 q^4 = 0,324;$$

в) знайдемо ймовірність того, що об'єкт буде зруйновано. За умовою, для цього достатньо, щоб було 2, 3, 4, 5 або 6 влучень. Простіше спочатку знайти ймовірність протилежної події (жодного влучення або одне влучення):

$$Q = P_6(0) + P_6(1) = q^6 + C_6^1 pq^5 = 0{,}42.$$

Шукана ймовірність того, що об'єкт буде зруйновано:

$$P = 1 - Q = 1 - 0{,}42 = 0{,}58.$$

Приклад 2.6.8 Підручник видано тиражем 100000 екземплярів. Ймовірність того, що підручник бракований, дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що тираж містить рівно п'ять бракованих книг.

Розв'язання. За умовою: $n = 10000$; $p = 0{,}0001$; $k = 5$. Оскільки n – досить велике, $p \le 0{,}1$, $np \le 10$, скористаємося формулою Пуассона (2.11). Знайдемо

$$a = np = 100000 \times 0{,}0001 = 10.$$

Шукана ймовірність

$$P_{100000}(5) = \frac{10^5 \cdot e^{-10}}{5!} = 0{,}0375.$$

2.7 Варіанти самостійного завдання №1

2.7.1 Монету підкидають 5 разів. Знайти ймовірність того, що "герб" випаде:

а) менш двох разів;

б) не менш двох разів.

2.7.2 Подія **B** настає в тому випадку, коли подія **A** з'явиться не менш двох разів. Визначити ймовірність появи події **B**, якщо ймовірність появи події **A** при одному досліді дорівнює 0,3 и проведено п'ять незалежних дослідів.

2.7.3 В сім'ї п'ять дітей. Знайти ймовірність того, що серед цих дітей:

а) два хлопчика;

б) не більш двох хлопчиків.

Ймовірність народження хлопчика дорівнює 0,5.

2.7.4 Ймовірність виготовлення на автоматичному верстаті стандартної деталі дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що з п’яти навмання взятих деталей виявиться:

а) три стандартні;

б) не менш двох стандартних.

2.7.5 В магазині для студентських гуртожитків придбано п’ять телевізорів. Для кожного з них ймовірність невиходу зі строю дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що:

а) не вийде зі строю хоча б один телевізор;

б) чотири телевізора на протязі гарантійного строку не вийдуть зі строю.

2.7.6 В бавовні міститься 10% коротких волокон Визначити ймовірність того, що серед відібраних навмання шести волокон виявиться не більш двох коротких.

2.7.7 Встановлено, що в середньому на кожну сотню виготовлених приладів 26 штук мають дефекти. Знайти ймовірність того, що серед шести навмання взятих приладів буде:

а) менш двох з дефектом;

б) три з дефектом.

2.7.8 Вироби деякого виробництва містять 5% браку. Знайти ймовірність того, що серед п’яти навмання взятих виробів:

а) немає жодного зіпсованого;

б) будуть два зіпсованих.

2.7.9 Знайти ймовірність того, що номер зустрічної автомашини із 4 цифр не містить:

а) цифри 6;

б) двох и більш цифр 5.

2.7.10 Ймовірність того, що навмання взяте пальто з даної партії виявиться першосортним, дорівнює 0,9. Взяли 4 пальта. Знайти ймовірність того, що:

а) всі пальта першого сорту;

б) першого сорту не менш двох пальт.

2.7.11 Ймовірність хоча б одного влучення в ціль при чотирьох пострілах дорівнює 0,9984. Знайти ймовірність влучення при одному пострілі і ймовірність не менш 2 влучень при чотирьох пострілах.

2.7.12 Стрілок веде стрілянину по цілі. Ймовірність влучення в ціль дорівнює 0,4. Стрілок стріляє тричі. Знайти ймовірність:

а) двох влучень;

б) хоча б одного влучення.

2.7.13 З партії із 100 виробів, серед яких 10 бракованих, відібрані випадковим чином 5 виробів для перевірки якості. Знайти ймовірність того, що серед відібраних:

а) не більш 2 бракованих;

б) бракованих менш ніж 4.

2.7.14 Гра полягає в киданні кілець на палку, гравець отримує 6 кілець і кидає кільця до першого попадання. Знайти ймовірність того, що:

а) хоча б одне кільце залишиться невитраченим, якщо ймовірність попадання дорівнює 0,1;

б) хоча б два кільця не витрачені.

2.7.15 В сім'ї п'ять дітей. Знайти ймовірність того, що серед цих дітей:

а) більш двох хлопчиків;

б) не менш і не більш трьох хлопчиків.

Ймовірність народження хлопчика дорівнює 0,5.

2.7.16 Монету підкидають 6 разів. Яка ймовірність того, що вона впаде гербом доверху не більш трьох разів?

2.7.17 В класі 20 хлопчиків і 10 дівчаток. На кожне з трьох питань, заданих вчителем, відповіли по одному учню. Яка ймовірність того, що серед учнів, що відповідали, було два хлопчика та одна дівчинка?

2.7.18 В кожному з чотирьох ящиків по 5 білих і по 16 чорних куль. З кожного ящика витягли по одній кулі. Яка ймовірність витягти дві білих і дві чорних кулі?

2.7.19 Ймовірність хоча б однієї появи події для чотирьох незалежних випробувань дорівнює 0,5904. Знайти ймовірність появи події для одного випробування, якщо для кожного випробування ця ймовірність однакова?

2.7.20 Дві електричні лампочки включені в мережу послідовно. Знайти ймовірність того, що при підвищенні напруги в мережі вище номінальної відбудеться розрив мережі, якщо ймовірність того, що лампочка перегорить, для обох лампочок однакова і дорівнює 0,4.

2.8 Варіанти самостійного завдання №2

2.8.1 Знайти ймовірність того, що подія *A* відбудеться 1400 разів в 2400 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,6.

2.8.2 Ймовірність ураження мішені при одному пострілі дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що при 100 пострілах мішень буде уражена рівно 75 разів.

2.8.3 Ймовірність народження хлопчика дорівнює 0,51. Знайти ймовірність того, що серед 100 новонароджених виявиться 50 хлопчиків.

2.8.4 Ймовірність появи події в кожному з 21 незалежних випробувань дорівнює 0,7. Знайти ймовірність, того, що подія з’явиться в більшості випробувань.

2.8.5 Ймовірність появи події в кожному з 2100 незалежних випробувань дорівнює 0,7. Знайти ймовірність того, що подія з’явиться не менш 1470 і не більш 1500 разів.

2.8.6 Монета підкинута $2N$ (N велике число) разів. Знайти ймовірність того, що “герб” випаде рівно N разів.

2.8.7 Монета підкинута $2N$ (N велике число) разів. Знайти ймовірність того, що “герб” випаде на $2m$ разів більше, ніж “цифра”.

2.8.8 Ймовірність появи позитивного результату в кожному з n випробувань дорівнює 0,9. Скільки потрібно провести випробувань, щоб з ймовірністю 0,98 можна було б очікувати, що не менш 150 випробувань дадуть позитивний результат.

2.8.9 Виробництво дає 10% браку. Яка ймовірність того, що із 200 навмання вибраних виробів 15 будуть бракованими?

2.8.10 Процент проростання пшеничного насіння становить 95%. Знайти ймовірність того, що з 2000 посіяних насінин проросте від 1880 до 1920.

2.8.11 Електростанція обслуговує мережу з 10000 ламп; ймовірність включення кожної з них 0,6. Визначити ймовірність одночасного включення від 5900 до 6100 ламп.

2.8.12 Досліджують 500 проб руди. Ймовірність промислового вмісту заліза у кожній пробі дорівнює 0,7. Знайти ймовірність того, що кількість проб з промисловим вмістом заліза буде між 300 та 370.

2.8.13 В перші класи повинно бути прийнято 200 дітей. Знайти ймовірність того, що серед них виявиться 100 дівчинок, якщо ймовірність народження хлопчика дорівнює 0,515.

2.8.14 Яка ймовірність того, що в стовпчику із 100 навмання відібраних монет число монет, які розташовані “гербом” доверху, буде від 45 до 55?

2.8.15 Виробництво дає 1% браку. Яка ймовірність того, що із 1100 навмання вибраних виробів бракованими будуть не більш 17?

2.8.16 Ймовірність ураження цілі при одному пострілі дорівнює 0,4. Знайти ймовірність того, що в ціль буде влучено від 200 до 250 разів в серії з 600 пострілів?

2.8.17 Ймовірність виходу зі строю за деякий час T одного конденсатору дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що зі 100 конденсаторів на протязі часу T вийде зі строю:

а) не менш 30 конденсаторів;

б) не більш 20 конденсаторів.

2.8.18 Ймовірність влучення в десятку при одному пострілі дорівнює 0,2. Скільки потрібно зробити незалежних пострілів, щоб з ймовірністю не меншою 0,9 влучити в десятку хоча б один раз?

2.8.19 Ймовірність появи події в кожному з 2100 незалежних випробувань дорівнює 0,7. Знайти ймовірність того, що подія з'явиться не менш 1470 разів.

2.8.20 Ймовірність появи події в кожному з 2100 незалежних випробувань дорівнює 0,7. Знайти ймовірність того, що подія з'явиться не більш 1469 разів.

2.9 Варіанти самостійного завдання №3

2.9.1 Апаратура складається з 1000 елементів, кожний з яких незалежно від інших виходить з ладу за час T з ймовірністю $p = 5 \cdot 10^{-4}$. Знайти ймовірність того, що за час T відмовить хоча б один елемент.

2.9.2 Ймовірність появи події в кожному з 10000 незалежних випробувань дорівнює 0,75. Знайти таке число $\varepsilon > 0$, щоб з ймовірністю 0,979 абсолютна величина відхилення частоти події від її ймовірності була не більша за ε.

2.9.3 Апаратура складається з 1000 елементів, кожний з яких незалежно від інших виходить з ладу за час T з ймовірністю $p = 5 \cdot 10^{-4}$. Знайти ймовірність того, що за час T відмовить рівно 3 елементи.

2.9.4 Верстат-автомат виготовляє стандартний виріб з ймовірністю 0,9. Із продукції верстату складають партію виробів. Скільки виробів повинен виготовити верстат, щоб з ймовірністю 0,9973 можна було стверджувати, що відхилення відносної частоти появи нестандартного виробу від ймовірності буде менше ніж 0,03?

2.9.5 Апаратура складається з 1000 елементів, кожний з яких незалежно від інших виходить з ладу за час T з ймовірністю

$p = 5 \cdot 10^{-4}$. Знайти ймовірність того, що за час T відмовить не більше 3 елементів.

2.9.6 Ймовірність появи події в кожному з 900 незалежних випробувань дорівнює 0,5. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від його ймовірності за абсолютною величиною не більше за 0,02.

2.9.7 Ймовірність того, що довільний абонент подзвонить на комутатор на протязі години дорівнює 0,01. АТС обслуговує 300 абонентів. Знайти ймовірність того, що на протязі години подзвонить 4 абонента.

2.9.8 Ймовірність появи події в кожному з 10000 незалежних випробувань дорівнює 0,75. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від його ймовірності за абсолютною величиною не більше за 0,01.

2.9.9 Ймовірність того, що довільний абонент подзвонить на комутатор на протязі години дорівнює 0,01. АТС обслуговує 300 абонентів. Знайти ймовірність того, що на протязі години подзвонить хоча б один абонент.

2.9.10 Скільки разів потрібно підкинути гральну кісту, щоб ймовірність нерівності $\left|\frac{m}{n} - \frac{1}{6}\right| \le 0{,}01$ була б не менша ніж ймовірність протилежної нерівності, де m – число появ одного очка в n підкиданнях гральної кістки?

2.9.11 Прилад складено з 1000 незалежно працюючих елементів. Ймовірність відмови будь-якого елементу за час T дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що за час T відмовлять 3 елементи.

2.9.12 Ймовірність появи події в кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,2. Знайти найменше число випробувань n, при якому з ймовірністю 0,99 можна було б очікувати, що відносна частота появи події відхилиться від його ймовірності за абсолютною величиною не більше за 0,04.

2.9.13 Ймовірність виробництва бракованого виробу дорівнює 0,008. Знайти ймовірність того, що серед 1000 виробів бракованих буде не більш ніж 10.

2.9.14 В урні містяться білі та чорні кулі у відношенні 4:1. Після вилучення кулі регіструється її колір і куля повертається до урни. Чому дорівнює найменше число вилучень n, при якому з ймовірністю 0,95 можна було б очікувати, що абсолютна величина відхилення відносної частоти появи білої кулі від її ймовірності буде не більше за 0,01?

2.9.15 Завод відправив до бази 500 виробів. Ймовірність пошкодження виробу при транспортуванні дорівнює 0,008. Знайти ймовірність того, що при транспортуванні буде пошкоджено менше трьох виробів.

2.9.16 Ймовірність появи події в кожному з 900 незалежних випробуваннях дорівнює 0,5. Знайти таке додатне число ε, щоб з ймовірністю 0,77 абсолютна величина відхилення відносної частоти появи події від її ймовірності 0,5 не перевищувала ε.

2.9.17 Ткаля обслуговує 1000 веретен. Ймовірність обриву нитки на одному веретені протягом однієї хвилини дорівнює 0,005. Знайти ймовірність того, що протягом однієї хвилини обрив станеться на 7 веретенах.

2.9.18 Ймовірність появи події в кожному з 10000 незалежних випробуваннях дорівнює 0,75. Знайти таке додатне число ε, щоб з ймовірністю 0,98 абсолютна величина відхилення відносної частоти появи події від її ймовірності 0,75 не перевищувала ε.

2.9.19 Завод відправив до бази 500 виробів. Ймовірність пошкодження виробу при транспортуванні дорівнює 0,008. Знайти ймовірність того, що при транспортуванні буде пошкоджено три вироби.

2.9.20 Відділ технічного контролю перевіряє 475 виробів на брак. Ймовірність того, що виріб - бракований, дорівнює 0,05. Знайти

з ймовірністю 0,95 межі, в яких буде лежати число m бракованих виробів серед перевірених.

2.10 Варіанти самостійного завдання №4

2.10.1 90% деталей, які виробляються заводом, не мають дефектів. Яке найймовірніше число виробів з дефектами виявиться серед 20 виробів? Знайти ймовірність того, що з 5 виробів хоча б один з дефектами.

2.10.2 Встановлено, що середній процент браку виробів становить 5%. Скільки виготовлених деталей потрібно взяти, щоб найбільш ймовірне число не бракованих деталей дорівнювало б 60.

2.10.3 Батарея зробила 14 пострілів по об'єкту, ймовірність влучення в який дорівнює 0,2. Найти найймовірніше число влучень і ймовірність цього числа влучень.

2.10.4 Ймовірність виготовлення нестандартної деталі дорівнює 0,05. Скільки треба виготовити деталей, щоб найймовірніше число нестандартних деталей було 55?

2.10.5 Чому дорівнює ймовірність появи події в кожному випробуванні, якщо найймовірніше число появ події в 160 випробуваннях дорівнює 40?

2.10.6 Ймовірність виготовлення виробу відмінної якості дорівнює 0,9. Виготовлено 50 виробів. Чому дорівнює найймовірніше число виробів відмінної якості та ймовірність такого числа виробів?

2.10.7 Ймовірність отримання вдалого результату при проведенні складного хімічного досліду дорівнює 2/3. Знайти найймовірніше число вдалих дослідів, якщо загальна їх кількість дорівнює 100?

2.10.8 Ймовірність влучення в ціль P=0,35. Скидаються одиночно 10 бомб, знайти найймовірніше число влучень і ймовірність цього числа влучень.

2.10.9 База обслуговує 8 магазинів. Щодня запити на товари можуть поступити з ймовірністю 0,6. Знайти найймовірніше число запитів, які можуть поступити у будь-який день.

2.10.10 Чому дорівнює ймовірність появи події в кожному випробуванні, якщо найймовірніше число появ події в 199 випробуваннях дорівнює 5?

2.10.11 Для даного баскетболіста ймовірність закинути м'яч дорівнює 0,4. Проведено 10 кидків. Знайти найймовірніше число попадань і відповідну ймовірність.

2.10.12 Визначити число n незалежних повторних випробувань, які потрібно провести для того, щоб найймовірніше число появ події дорівнювало 20, якщо ймовірність появи цієї події при кожному випробуванні дорівнює 0,8.

2.10.13 Два рівносильних спортсмена грають у шахи. Знайти найймовірніше число виграшів будь-якого з цих шахістів, якщо будуть зіграні $2N$ результативних (без нічиїх) партій. Обчислити при $N = 24$.

2.10.14 Скільки слід здійснити незалежних випробувань з ймовірністю 0,4 появи події в кожному випробуванні, щоб найймовірніше число появи події в цих випробуваннях дорівнювало 25?

2.10.15 Чому дорівнює ймовірність відбутися події в кожних з 49 незалежних випробуваннях, якщо найймовірніше число появи події в цих випробування дорівнює 30?

2.10.16 Відділ технічного контролю перевіряє партію з 10 деталей. Ймовірність того, що деталь стандартна, дорівнює 0,75. Знайти найймовірніше число деталей, які будуть признані стандартними.

2.10.17 Ймовірність появи події в кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,3. Знайти число випробувань n, при якому найймовірніше число появ події в цих випробуваннях буде дорівнювати 30.

2.10.18 Ймовірність появи події в кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,7. Знайти число випробувань n, при якому найймовірніше число появ події в цих випробуваннях буде дорівнювати 20.

2.10.19 Чому дорівнює ймовірність p появи події в кожному з 49 незалежних випробувань, якщо найймовірніше число появ події в цих випробуваннях дорівнює 30?

2.10.20 Чому дорівнює ймовірність p появи події в кожному з 39 незалежних випробувань, якщо найймовірніше число появ події в цих випробуваннях дорівнює 25?

3 ЛІТЕРАТУРА

3.1 Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш.шк., 2004. – 409 с.

3.2 Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. посібник. У 2 ч. – Ч. І. Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. - 304.

3.3 Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.

3.4 Кибзун А.И., Горяинова Е.Р. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 224 с.

Додаток А

А.1 Таблиця значень щільності стандартного нормального розподілу

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3901	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3155	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0131	0422	0413	0404	0396	0388	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006

3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0001	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

А.2 Таблиця значень функції Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

x	**0.00**	**0.01**	**0.02**	**0.03**	**0.04**	**0.05**	**0.06**	**0.07**	**0.08**	**0.09**
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990